

제 2 교시

수학 영역

재밋게 푸세요

22. 최고차항의 계수가 정수인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  
함수  $g(x) = f(x) + |f(x) - 2|$ 라 할 때, 다음 조건을 성립하는 함수의 개수는?

- (가)  $f(3) = 2, f'(3) = 0$
- (나) 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 그래프의 모든 교점의  $x$ 좌표의 합은 9이다.
- (다) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $2n < \int_0^n g(x)dx < 2n + 216$ 이다.

22. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 일차함수  $g(x)$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f'(x)(x-t) + g(t) = f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $h(t)$ 라 하자. 세 함수  $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 방정식  $f(x) = g(x)$ 는 서로 다른 세 실근  $a, 0, b$  ( $a < 0 < b$ )를 갖는다.
- (나)  $h(t)$ 는  $t = a, b$ 에서만 불연속이다.
- (다) 방정식  $f(x) = g(b)$ 가 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $f(-1) = g(b) = 4$ 이다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

21. 함수  $f(x) = \tan(ax+b)$ 가 다음의 조건을 만족시킬 때,  
 $k$ 의 값을  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값은?

(가)  $(-\frac{1}{3} \leq x \leq k)$ 에서  $f(x)$ 의 최댓값은 없고,  
 최솟값은  $-\sqrt{3}$ 이다.  
 (나)  $(k \leq x \leq \frac{4}{3})$ 에서  $f(x)$ 의 최댓값은  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이고,  
 최솟값은 없다.

(단,  $k$ 는  $\frac{\pi-2b}{2a} \leq k < \frac{3\pi-2b}{2a}$ )

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x_1 \leq 0 \leq x_2$ 인 모든 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  
 $f(x_1) \leq 0 \leq f(x_2)$ 를 만족시킨다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) \geq -3$ 이다.

$f(3) = 0$ 일 때,  $f(5)$ 의 최솟값은?

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h} \times f(x-4)$$

이때, 함수  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 (나)  $x$ 에 대한 방정식  $g(x) = 0$ 의 실근을 작은 순서대로  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 라 하면  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 는 모두 정수이고 그 합은 11이다.

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

19. 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x) = x^3 + x^2 + 10$ ,  
 $g(x) = 4x^2 + k$ 이다.  $x \geq 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $f(x) \geq g(x)$ 를 만족시킬 때,  $k$ 의 최댓값을 구하시오.

22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(6) = 27$ 이다. 방정식  $f(f(x)) = f(x)$ 가 서로 다른 7개의 실근을 갖는다. 이 7개의 실근을 작은 것부터  $a_1, a_2, \dots, a_7$ 라고 하자.  $a_2 = -1, a_6 = 3$ 이고  $f'(a_5) > 0, f'(a_6) = 0$ 이다.  $f(x) = 0$ 의 실근은 0 뿐이다.  $f(2)$ 의 값을 구하시오.

20. 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고  $g(x) = (x-a)(x-b)$ 이다.  $h(x) = |g(x)|$ 라 하자. 방정식  $f(h(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5개이다. 이때 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(x)$ 의 최솟값은  $-1$ 이다.

(나) 함수  $f'(x)$ 는  $x = 3$ 에서 음수인 최솟값을 갖는다.

$f'(2) = 0$ 이고  $g(f(2)) = g(f(3)) = 0$ 일 때,  $g(6)$ 의 값을 구하시오.

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 최솟값이  $-1$ 인 이차함수  $g(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{1}{x-2} \int_{|g(a)|}^x f'(t) dt \right\} = f'(-2)$ 를 만족하는 실수  $a$ 의 개수가 5일 때,  $\int_0^3 f'(x) dx$ 의 값을 구하시오.

19. 다항함수  $f(x)$  대하여  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|f(x)+2|}{x-2} = f(3)$  일 때,  $f(5)$ 의 값은?

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가)  $x \neq 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(g(x)) = f(x) + f'(x)(g(x) - x)$$

(나) 방정식  $g(x) = x$ 의 실근은 3뿐이다.

(다)  $f'(x)$ 의 최솟값은  $-3$ 이고,  $f(3) = 3$ 이다.

$g(2) + f(5)$ 의 값을 구하시오.

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 상수  $k$ 에 대하여 구간  $(-\infty, t]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을  $m_1$ ,  $[t, \infty)$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을  $m_2$ 라 하고,  $g(t) = |m_1 - m_2|$ 라 하자. 이때 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t) = k$ 를 만족하는 모든 실수  $t$ 의 집합은  $\{t \mid t = -5 \text{ 또는 } -2 \leq t \leq 0\}$ 이다.

$f(0) = 0$ 일 때,  $k + f(3)$ 의 값은?

21. 상수  $a$ 와 양수  $b, c$  ( $0 < c \leq \frac{\pi}{2}$ )에 대하여 함수

$f(x) = a \cos(bx + c)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 열린구간  $(0, 3)$ 에서 방정식  $|f(x) - 3| = 3$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.
- (나) 열린구간  $(0, 3)$ 에서 함수  $f(x)$ 는 최댓값을 갖고, 최솟값을 갖지 않는다.
- (다) 구간  $[0, 3)$ 에서 함수  $f(x - 2)$ 는 최댓값을 갖지 않고, 최솟값  $-3\sqrt{3}$ 을 갖는다.

$-\frac{a \times b \times c}{\pi^2}$ 의 값은? (단,  $a \leq -6$ )

답:1

22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 두 함수가 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $\lim_{t \rightarrow c} g(t) > g(c)$ 인 실수  $c$ 의 개수는 3이고, 이를 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $c_1, c_2, c_3$ 이다.
- (나)  $\sum_{n=1}^3 c_n = 9$ 이고,  $c_1, c_2, c_3$ 는 모두 자연수이다.
- (다) 함수  $|f(x) - f(c_1)|$ 는  $x = a$ 와  $x = b$ 에서만 미분가능하지 않다.

$c_2 + c_3$ 를 구하시오.

답:8

9. 실수  $k$ 에 대하여 직선  $y = -\frac{4}{3}x + k$ 가 두 곡선  $y = 2^x$ ,  
 $y = 2^{x-3} - 4$ 와 만나는 두 점 사이의 거리를  $f(k)$ 라 할 때,  
 $f(0) + f(3) + f(9)$ 의 값은?

※ 오르비 [IMIN 1257549](#)님이 만들었습니다.  
○ 편집은 내 기백 돌려내(1089852)님과 한양대 간다(1257549)님이 했습니다.