2016학년도 수능대비 4개년 수능 한줄 정리 -문과-

2011년 11월 시행 수능

5

* $a_{n+1} = 2 \cdot \dfrac{n}{n+1} a_n \; (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

축차 대입하여 일반항 유도하기

10

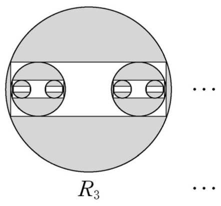
* 사건의 독립 : 사건 A, B 가 독립일 때,

− $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A) \cdot P(B)$

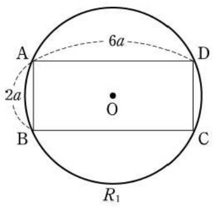
− $\mathrm{P}(A \cap B^c) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B^c) = \mathrm{P}(A) \cdot (1 - \mathrm{P}(B))$

14

* 직사각형의 경우 대각선을 보조선으로 긋기



$\cdots$



15

* 행렬의 참 거짓 판정

− $A^2 + B = 3E$의 왼쪽과 오른쪽에 A를 곱하면 $AB = BA$이다.

− 역행렬이 존재 하는가?

− 차수를 줄일 수 있는가?

16

* 정규분포의 표준화

$\mathrm{N}(m,\ 4^2)$일 때

$\mathrm{P}(m \le X \le a) = \mathrm{P}\left(0 \le Z \le \dfrac{a-m}{4}\right) = 0.3413$

17

* a_n과 S_n과의 관계

$nS_{n+1} = (n+2)S_n + (n+1)^3$에서

$n(S_n + a_{n+1}) = nS_n + 2S_n + (n+1)^3$

19

* 2차함수의 대칭성

$\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx$이면

$\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx = 0$ 이고

$f(x) = ax^2 - 1$으로 일반화 가능하다. ($f(0) = 1$, 대칭축 $y = 0$)

20

* 가수의 변화 파악

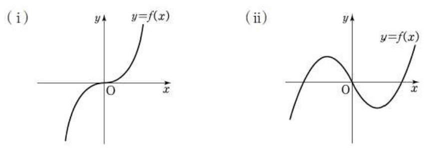
$\log x = f(x)$(지표) + $g(x)$(가수) 일 때

$f(n) \le f(54),\ g(n) \le g(54)$ 이면

n은 두자리 이하의 자연수 이면서 가수가 $\log 5.4$보다 작다

21

* $f(-x) = -f(x)$를 만족시키는 3차함수

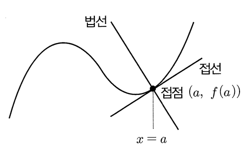


이고

$f(x) = x^3 - bx$ (기함수) 로 일반화 할 수 있다.

26

* 접점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식 $y - f(a) = f'(a)(x-a)$



27

* 확률밀도함수가 $y = f(x)$ $(\alpha \le x \le \beta)$ 일 때,

① $E(x) = \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} xf(x)dx$

② $V(X) = \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} (x-m)^2 f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} x^2 f(x)dx - m^2$

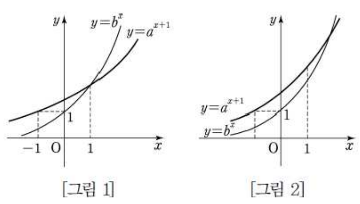
③ $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

30

* 밑이 결정되지 않은 지수함수의 빠르기 비교

ⅰ) $a \ge b$일 때,

ⅱ) $a < b$일 때



[그림 1] [그림 2]

빠르기를 비교하면서 교점이 생기는 지 여부를 파악할 수 있다.

2012년 11월 시행 수능

10

* 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$의 평균, 분산, 표준편차

$\mathrm{E}(X) = np,\ \mathrm{V}(X) = np(1-p),\ \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

12

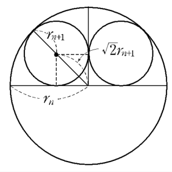
* 중복조합 : ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$

(예) 주스 4병을 3명에게 주는 방법 ${}_{3+4-1}\mathrm{C}_4 = {}_6\mathrm{C}_4$

14

* 대각선을 그어 도형의 길이의 공비를 찾기.

− 두 원 : 두 원의 중심과 중심을 잇는 보조선 필요



$\sqrt{2}\, r_{n+1} + r_{n+1} = r_n$

17

* 계차 수열 만들기

− n은 n끼리 $n+1$은 $n+1$끼리 묶이면 치환하여 하나의 항으로 일반화 할 수 있다.

$a_{n+1} = \dfrac{(n+1)a_n}{n} + \boxed{(n+1) \cdot 2^{n-1}}$일 때 양변을

$\dfrac{1}{n+1}$을 곱하면 $\dfrac{a_{n+1}}{n+1} = \dfrac{a_n}{n} + 2^{n-1}$ 정리가 된다.

18

* 함수의 미분가능성

① 연속 이면서 ② 좌미분계수 = 우미분계수가 같다.

19

* 무한급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \alpha$(수렴)이면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이다.

21

* 적분과 미분과의 관계

$F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$이므로 $F'(x) = f(x),\ F(0) = 0$

한편, 함수 $F(x)$가 오직 하나의 극값을 가지려면 $F'(x)$, 즉 $f(x)$의 부호가 오직 한 번 변해야 한다.

$f(x) = x^3 - 3x + a$가 서로 다른 세 실근을 가지면 안된다

25

* 모평균의 추정 : 신뢰도 95%로 모평균 추정 $k = 1.96$

신뢰구간 $\left[\bar{x} - k\dfrac{s}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + k\dfrac{s}{\sqrt{n}}\right]$

− 모표준편차 대신에 표본표준편차를 사용한다.

26

$N = \left(\left(\sqrt[3]{3^5}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^n = 3^{\frac{5}{6}n}$ 이고 N이 자연수이려면

$\dfrac{5}{6}n$은 0이상의 정수 $\therefore\ n = 6k\ (k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 16)$

28

$\displaystyle\int_0^{2013} f(x)dx = \int_3^{2013} f(x)dx$에서 $\displaystyle\int_0^3 f(x)dx = 0$

$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$일 때의 넓이 S는

$S = \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \dfrac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3$

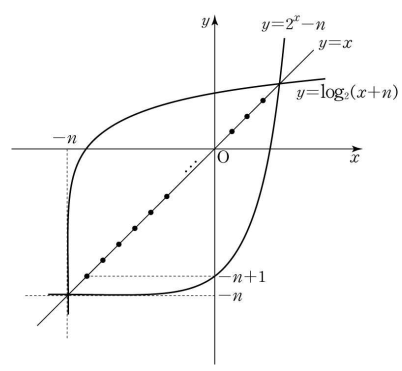
29

* 확률 (여사건의 확률)

− 일어나는 사건을 세는 것이 나을지 여사건을 세는것이 나을지를 판단한다.

30

$y = 2^x - n$과 $y = \log_2(x+n)$은 서로 역함수 관계에 있으므로 직선 $y = x$에 대하여 대칭이다.



a_n은 $-n < x$이고 $2^x - n \le x$를 만족시키는 정수 x의 개수이다.

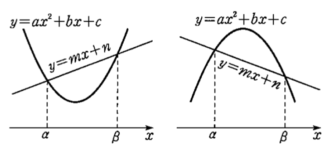
$x \le 0$일 때의 개수와 $x > 0$보다 클 때로 분리 하여 센다.

2016학년도 수능대비 4개년 수능 한줄 정리 -문과-

2013년 11월 시행 수능

7 두 사건 (A, B)독립 $\Leftrightarrow (A, B^c)$독립 $\Leftrightarrow (A^c, B)$독립 $\Leftrightarrow (A^c, B^c)$독립
(A, B)독립$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)P(B)$, $P(A^c\cap B)=P(A^c)P(B)$,
$P(A\cap B^c)=P(A)P(B^c)$, $P(A^c\cap B^c)=P(A^c)P(B^c)$

8 이차식으로 둘러싸인 넓이



$\Rightarrow$ $S=\dfrac{|a|(\beta-\alpha)^3}{6}$

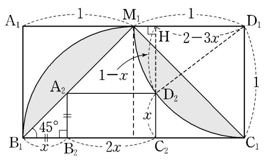
9 $B(n, p)$의 $E(X)=np$
$V(X)=npq=E(X^2)-\{E(X)\}^2$
$\{E(X)\}^2=npq+(np)^2$

12 **[임의로 추출한 25개의 표본평균이 2000 이상]** $\overline{X}\sim N\left(m, \left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{25}}\right)^2\right)$을 이용한다.

14 $f(n)=\begin{cases}\log_3 n & (n\text{이 홀수})\\ \log_2 n & (n\text{이 짝수})\end{cases}$이므로
$[f(mn)=f(m)+f(n)$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)]$을 구할 때
ⅰ) m이 짝수, n이 짝수 ⅱ) m이 짝수, n이 홀수
ⅲ) m이 홀수, n이 짝수 경우를 나눈다.

16 $b_{n+1}=b_n+\left(\dfrac{1}{n(n+1)}\right)b_n$ $\Rightarrow$ 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
$=b_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k(k+1)}$
$a_{n+1}=a_n+f(n)$과 $a_{n+1}=a_n f(n)$점화식의 일반항 구하는 방법은 반드시 기억하자.

17 원의 중심에서 그리는 보조선
& 45° 직각이등변 삼각형
& 닮음을 이용한다.



18 흰 색 탁구공 나누어 주는 경우 ${}_{3+5-1}\mathrm{C}_5$와 주황색 탁구공 나누어 주는 경우 ${}_{3+4-1}\mathrm{C}_4$을 곱해준다. 같은 색 끼리는 구분하지 않지만 다른 색은 구분해야 한다.

19 $AB+A^2B=E=(A+A^2)B$
$B^{-1}=A+A^2\rightarrow\begin{cases}AB=BA\\(A^3-A)^2=(A+A^2)(A-E)^2=(B^{-1})^2(A-E)^2\end{cases}$

20 $f(x)-n=(n+1)\cdot g(x)=$ 정수
$0\le(n+1)\cdot g(x)<n+1\rightarrow(n+1)\cdot g(x)=0, 1, 2, \cdots, k, \cdots, n$

21 $g(t)=|-2t^3-at^2|=|2t^3+at^2|$가 실수 전체에서 미분가능 할 조건=삼중근을 갖는다.
삼차함수의 절댓값 그래프가 미분가능하기 위한 조건은 삼중근을 갖는 그래프

23 $\displaystyle\int_{-a}^{a}(3x^2+2x)dx=\int_{-a}^{a}(3x^2)dx$ 적분구간이 $[-a, a]$일 때는 짝수함수와 홀수함수를 구분하여 간단히 정리 한다.

25 **$[f(x)=2x^3-12x^2+ax-4$가 $x=1$에서 극댓값 M을 가질 때$]\rightarrow$**
$f'(1)=0$ $f(1)=M$

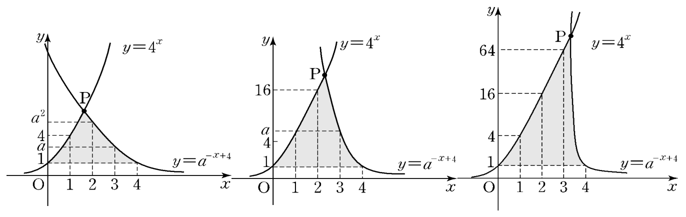
26 $\begin{pmatrix}5 & a\\a & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+5y\\6x+y\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}4 & a-5\\a-6 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가지려면 $\begin{pmatrix}4 & a-5\\a-6 & 2\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않아야 한다.

27 5개 중 임의로 2개를 배정하는 전체 방법의 수는 ${}_5\mathrm{C}_2=10$
ⅰ) $X=1$ ⅱ) $X=2$ ⅲ) $X=3$ ⅳ) $X=4$
$\rightarrow$ 각 경우를 나누어 확률 분포 표를 작성하자.

28 우극한 $\displaystyle\lim_{x\to a+0}f(x)f(x-a)=7f(a)$ 좌극한 $\displaystyle\lim_{x\to a-0}f(x)f(x-a)=f(a)$ 함숫값 $f(a)f(0)=f(a)$ 모두 같으려면 $f(a)=0$이다.

29 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{p}{n}k\right)\cdot\frac{p}{n}=\int_{a}^{a+p}f(x)dx$
따라서 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{3k}{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(0+\frac{3k}{n}\right)\frac{3}{n}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\int_{0}^{3}f(x)dx$

30 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$의 교점을 $\mathrm{P}(\alpha,\ 4^\alpha)$ $\rightarrow$교점 위치에 & 그래프의 빠르기를 고려하여 그리자



2014년 11월 시행 수능

4 그래프와 행렬
각 행의 성분의 합 = 각 행의 1의 개수 = 꼭짓점의 차수 임을 이해한다.

7 이항정리
$(x+a)^n$을 전개하였을 때의 일반항은 ${}_nC_r x^r a^{n-r}$이다

9 S_n과 a_n과의 관계
$S_n-S_{n-1}=a_n$ $(n\ge2)$, $a_1=S_1$임을 안다.

14 방정식과 실근의 개수
직선 $y=5x+k$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나려면 직선 $y=5x+k$가 함수 $y=f(x)$의 그래프에 접해야 한다.
식을 변형하여 $f(x)-5x=k$ 라 하여 직접 눈으로 확인하며 그래프의 실근의 위치를 파악한다.

17 등차수열과 등차수열의 합
a_n이 등차수열이면 a_{2n-1}도 등차수열이고 a_{2n}도 등차수열이다.
$S_n=An^2+Bn$ 꼴이면 공차가 $2A$이 등차수열의 합의 일반항 이다.

18 중복조합
방정식 $x+y+z=n$ (n은 자연수)에서
① 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_{3+n-1}C_n$
② 양의 정수해의 개수는 ${}_{3+(n-3)-1}C_{n-3}$ (단, $n\ge3$)

19 행렬의 참거짓
① 행렬의 곱셈 의 성질 : 교환이 대체적으로 성립하지 않음 /
$AB=O$ 이어도 $A\ne O$이고 $B\ne O$ 일 수 있다.
② 역행렬의 성질 : $AB=E$이면 $BA=E$이다. (교환이 성립) /
$AB=E$이고 $AC=E$ 이면 $B=C$이다. (역행렬의 유일무이성)

20 주기함수
$f(x)=f(x+p)$인 최소의 양수 p가 주기이다.(주의 : $f(x)=f(p-x)$ 꼴은 주기함수의 표현이 아니라 $x=\dfrac{p}{2}$ 대칭함 의 의미이다.)
"$\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)dx=$" 는
$f(x)$가 우함수이면 $2\displaystyle\int_{0}^{a}f(x)dx$이고 기함수 이면 $\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)dx=0$ 이다.

21 다항함수의 그래프
① 일반적으로 "$f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다." 라는 표현이 나오면 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ ($a,\ b,\ c$ 는 상수)로 설정이 필요하다.
② 도함수의 부호를 변화에 따른 그래프의 증감을 이해한다.
③ 특히, 중근이나 삼중근이 나오는 점의 위치에 유의한다.
④ 문제에 맞게 그래프를 변형하며 만족하는 그래프의 식을 찾는다.

25 이항분포
횟수를 확률변수로 취하는 분포 $B(n, p)$일 때,
$E(X)=np$, $V(X)=npq$, $\sigma(x)=\sqrt{npq}$

27 연속확률변수의 특징
연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $y=f(x)$ $(\alpha\le x\le\beta)$ 일 때,
① $f(x)\ge0$ ② $\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}f(x)dx=1$
③ $P(a\le X\le b)=\displaystyle\int_{a}^{b}f(x)dx$ (단, $\alpha\le a\le b\le\beta$)
④ $E(x)=\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}xf(x)dx$
⑤ $V(X)=\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(x-m)^2f(x)dx=\int_{\alpha}^{\beta}x^2f(x)dx-m^2$
⑥ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

28 무한등비수열의 극한
$a_k=\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^{n}+1}$일때 k값에 따른 등비수열의 수렴과 발산을 이해한다.
ⅰ) $k<6$ 일 때, ⅱ) $k=6$ 일 때, ⅲ) $k>6$ 일 때 결국 공비 r 값이 $|r|>1, |r|<1, r=1$ 일 때 수렴값이 달라진다.

29 다항함수의 극대와 극소
함수 $g(x)$가 $x=a$에서 극솟값 b를 가진다고 하면 $g(a)=b$, $g'(a)=0$ 이다.

30 격자점의 개수 세기
① 주어진 조건을 맞는 격자점의 개수 또는 규칙을 통한 일반항을 구한다
(발견적 추론)
② 격자점의 개수를 셀 때의 기준을 정한다
(x축을 기준으로 셀 것인지? y축을 기준으로 셀 것인지?)
③ x, y 정수점이 바뀌는 구간에 유의한다.