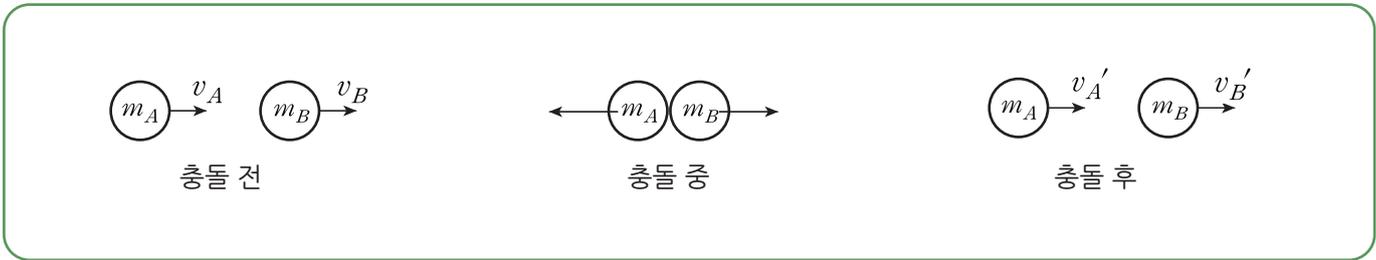


### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter8. 운동량 보존 법칙의 세 가지 해석

##### 8.1 운동량 보존 법칙 유도

우선 운동량 보존 법칙을 유도해보겠습니다.



충돌 시 물체 B가 A에게 작용하는 힘과 A가 B에게 작용하는 힘을 각각  $F_A, F_B$ 로 두면 작용 반작용에 의해 다음과 같은 관계식이 성립합니다.

$$\begin{aligned}
 -F_A &= F_B \\
 &= -m_A \frac{v_A' - v_A}{\Delta t} = m_B \frac{v_B' - v_B}{\Delta t} \quad (v: \text{처음 속도}, v': \text{나중 속도})
 \end{aligned}$$

위 식을 정리하면 우리가 아는 운동량 보존 식이 나오게 됩니다.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$= p_A + p_B = p_A' + p_B' \quad \text{운동량 보존 법칙 [시간 관점]}$$

이 식을 통해 두 물체가 충돌할 때 외력이 작용하지 않는 경우, 충돌 전과 충돌 후의 운동량 총합은 같다는 것을 알 수 있습니다.

충돌 전과 후라는 시간을 기준으로 식을 작성했기 때문에 저는 이 공식을 [시간 관점]이라고 명명하겠습니다.

보통 이 공식만 배워서 문제를 푸는 경우가 많은데, 식을 조작해서 의미를 확장해 보겠습니다.

이 챕터에서 다루는 내용은 워낙 유명한 내용이라 아시는 분들은 아실 것이라고 생각드네요. ㅎㅎ

### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter8. 운동량 보존 법칙의 세 가지 해석

##### 7.2 운동량 보존 법칙의 변형

위 초록 박스에서 모든 식을 우변으로 넘기면 다음과 같이 정리가 가능합니다.

$$p_A' - p_A + p_B' - p_B = 0$$

$$\Delta p_A + \Delta p_B = 0 \quad \text{운동량 보존 법칙 [개체(공간) 관점]}$$

이는 A의 운동량 변화량과 B의 운동량 변화량의 합이 0이라는 의미인데, A가 잃거나 얻은 운동량만큼 B가 운동량을 얻거나 잃는다고 생각하시면 됩니다. 이는 각 개체의 운동량 변화량을 기준으로 하므로 [개체(공간) 관점]이라고 부르도록 하겠습니다.

마지막으로 A의 운동량 변화량을  $\Delta p_A$ 라고 하고 이 값의 크기가 일정하다면, B의 질량과 속도 변화량의 크기는 반비례함을 알 수 있습니다.

$$\underbrace{\Delta p_A}_{\text{고정값}} + \underbrace{m}_{\uparrow} \underbrace{\Delta v_B}_{\downarrow} = 0 \rightarrow m \propto \frac{1}{|\Delta v|} \quad \text{운동량 보존 법칙 [질량 관점]}$$

이를 [질량 관점]이라고 부르겠습니다.

지금까지 운동량 보존 법칙의 3가지의 관점을 알아보았습니다. 예제를 통해 더 학습해봅시다.

### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter8. 운동량 보존 법칙의 세 가지 해석

##### 7.2 운동량 보존 법칙의 변형

###### <예제 1>

그림 (가)는 수평면에서 물체 A와 B가 각각 속도  $5v, 4v$ 로 등속도 운동하는 모습을, (나)는 A, B가 충돌한 후, 충돌 전 운동 방향과 반대 방향으로 각각 속도  $v, 8v$ 로 등속도 운동하는 모습을 나타낸 것이다.



A, B의 질량을 각각  $m_A, m_B$ 라 할 때,  $\frac{m_A}{m_B}$ 는? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

solution1. [시간 관점]

$$p_A = +5m_A v, \quad p_A' = -m_A v$$

$$p_B = -4m_B v, \quad p_B' = +8m_B v$$

이므로 (p'은 나중 운동량) 이를 '충돌 전 운동량의 총합 = 충돌 후 운동량의 총합'으로 나타내면

$$+5m_A v - 4m_B v = -m_A v + 8m_B v \text{ 가 되며 이 식을 정리하면}$$

$$+6m_A v = +12m_B v \text{ 즉, A의 질량이 B의 질량보다 2배 큼니다.}$$

solution2. [개체(공간) 관점]

A의 운동량 변화량과 B의 운동량 변화량의 크기가 같습니다.

A의 운동량 변화량은  $-6m_A v$ 이고 B의 운동량 변화량은  $12m_B v$ 이므로 A의 질량이 B의 질량보다 2배 큼니다.

solution3. [질량 관점]

A의 속도 변화량 크기는  $6v$ , B의 속도 변화량 크기는  $12v$ 이다.

질량과 속도 변화량의 크기는 반비례하기 때문에 속도가 잘 변하는 쪽이 질량이 더 작다는 것입니다.

반대로 질량이 크면 속도 변화량의 크기는 작습니다.

A의 속도 변화량 크기가 B 속도 변화량 크기보다 2배 작으므로 A질량은 B의 질량보다 2배가 큰 것이죠.

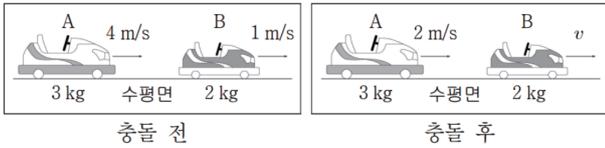
세 풀이 모두 본질은 같지만, 문제마다 편한 풀이법이 다르므로 모두 연습해두고 활용합시다.

# Theme3. 운동량과 충격량

## Chapter8. 운동량 보존 법칙의 세 가지 해석 <연습 문제>

[고2 모의고사]

1. 그림은 수평면에서 4 m/s의 속력으로 운동하는 질량이 3 kg인 장난감 자동차 A와 1 m/s의 속력으로 운동하는 질량이 2 kg인 장난감 자동차 B가 충돌한 후, A의 속력이 2 m/s이고 B의 속력은  $v$  인 것을 나타낸 것이다. 충돌 전과 후, 두 장난감 자동차의 운동 방향은 같다.



충돌 후 B의 속력  $v$ 를 구하여라.

[solution1. 시간 관점]

A의 처음 운동량: +12  
 B의 처음 운동량: +2  
 A의 나중 운동량: +6  
 B의 나중 운동량: +2v

계의 처음 운동량: +14  
 =  
 계의 나중 운동량: +6+2v 따라서  $v=4\text{m/s}$

[solution2. 개체(공간) 관점]

A의 처음 운동량: +12  
 B의 처음 운동량: +2  
 A의 나중 운동량: +6  
 B의 나중 운동량: +2v

A의 운동량 변화량: -6  
 +  
 B의 운동량 변화량:  $2v-2=+6$   
 =0  
 따라서  $v=4\text{m/s}$

[solution3. 질량 관점]

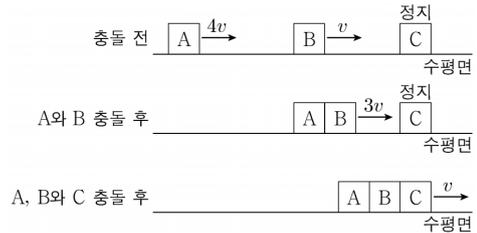
	A	B
$m$	3	2
$ \Delta v $	2	?
	$ \Delta p_A  =  \Delta p_B $	

질량비가 3:2이므로  
 속도 변화량의 크기비는 2:3입니다.  
 따라서 B의 속도는 +3증가하므로  
 $v=4$

표를 그려서 구했지만 실제 계산에선  
 암산하도록 합시다.

[2023학년도 모평]

2. 그림과 같이 수평면의 일직선상에서 물체 A, B가 각각 속력  $4v, v$ 로 등속도 운동하고 물체 C는 정지해 있다. A와 B는 충돌하여 한 덩어리가 되어 속력  $3v$ 로 등속도 운동한다. 한 덩어리가 된 A, B와 C는 충돌하여 한 덩어리가 되어 속력  $v$ 로 등속도 운동한다.



B, C의 질량을 각각  $m_B, m_C$ 라 할 때,  $\frac{m_C}{m_B}$ 는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

[solution 질량 관점]

A의 속도 변화량 크기  $v$   
 B의 속도 변화량 크기  $2v$   
 A, B의 질량비 2:1 따라서  $A=2m, B=m$ 이라 합시다.

A+B덩어리 속도 변화량 크기  $2v$   
 C 속도 변화량 크기  $v$   
 A+B, C의 질량비 1:2 따라서  $C=6m$

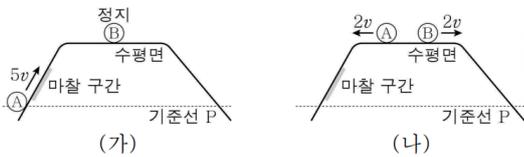
답: ④

### Theme3. 운동량과 충격량

#### Chapter8. 운동량 보존 법칙의 세 가지 해석 <연습 문제>

[2024학년도 학평]

3. 그림 (가)와 같이 빗면을 따라 운동하는 물체 A는 수평한 기준선 P를 속도  $5v$ 로 지나고, 물체 B는 수평면에 정지해 있다. 그림 (나)는 (가) 이후, A와 B가 충돌하여 서로 반대 방향으로 속도  $2v$ 로 운동하는 모습을 나타낸 것이다. A, B의 질량은 각각  $m$ ,  $3m$ 이다. A가 마찰 구간을 올라갈 때와 내려갈 때 손실된 역학적 에너지는 같다. (나) 이후, A, B는 각각 P를 속도  $v_A$ ,  $3v$ 로 지난다.



$v_A$ 는? (단, 물체의 크기, 공기 저항, 마찰 구간 외의 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

- ①  $2v$       ②  $\sqrt{5}v$       ③  $\sqrt{6}v$       ④  $\sqrt{7}v$       ⑤  $2\sqrt{2}v$

[Comment]

이번 3월 학평 20번 문항입니다. 역학적 E 문제이기 때문에 전체 풀이는 생략하고 '운동량 충격량'이 사용되는 부분만 살펴보고도록 하였습니다.

(가)에서 A는  $5v$ 의 속력으로 P를 통과합니다. 이후 A는 속력이  $5v$ 보다 작은 값으로 B와 충돌하게 됩니다. (퍼텐셜 E가 증가하고 마찰 구간에서 역학적 E가 감소하므로)

그럼 B와 충돌하기 직전 A의 속력은?

[solution]

A와 B의 질량비 1:3  
 A와 B의 속도 변화량 크기비 3:1  
 B의 속도 변화량의 크기가  $2v$ 이므로  
 A의 속도 변화량 크기는  $6v$  따라서 충돌할 때  $4v$ 로 충돌하여  $2v$ 로 뿔겨져 나온 것이다.

답 :  $4v$