

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						-				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

마음대로 되는대로 찬란함에 주의

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $2^{\log_2 81} \times 3^{\log_3 16}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

2. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 a_8 = a_3 a_m$$

이 성립할 때, 자연수 m 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -(x-a)^2 & (x \leq 1) \\ a-1 & (x > 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 점 P(-1, 2)에 대하여 x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta \times \sin\theta$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 8) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 8) \end{cases}$$

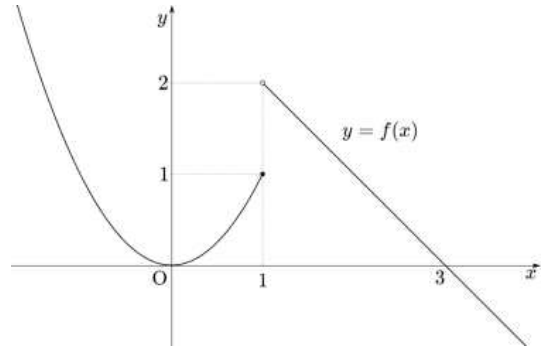
이고 $a_1 = 1$ 일 때, $a_{15} + a_{25}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x+3 & (x > 1) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left\{ \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} + \frac{x + a}{x - 1} \right\} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. $0 < x < 2\pi$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos x + a, \quad g(x) = |\cos x - b|$$

의 그래프가 오직 한 점에서만 만날 때,
두 양수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\sum_{k=1}^7 ka_k = \sum_{k=1}^7 S_k = 120$$

일 때, S_7 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

10. 사차함수 $f(x)$ 가 어떤 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^n f'(x)}{f(x)-3} = 3n$
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

$f(-1) = 3$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130

11. 모든 항이 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 에 대하여 $\{a_n\}$ 의 공차는 3이고, $\{b_n\}$ 의 공차는 1이다.

세 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) \text{의 값은? [4점]}$$

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$c_n = \frac{a_n + b_n + |a_n - b_n|}{2} \text{이다.}$$

(나) $|a_2 - b_2| = |a_4 - b_4|$, $\sum_{k=1}^5 c_k = 51$

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

12. 함수 $f(x) = -x(x-a)(x-10)$ ($0 < a < 10$, $a \neq 5$)

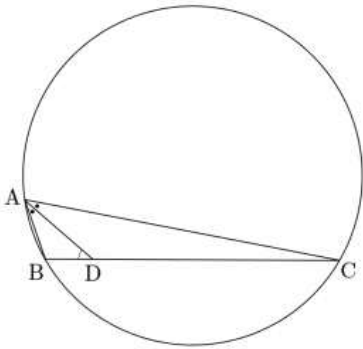
에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(a, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하자.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 만나는 점 중 점 A 가 아닌 점을 B 라 할 때, 직선 $y = g(x)$ 와 두 점 B , $C(10, 0)$ 을 지나는 직선 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(a)$ 라 하자.

함수 $S(a)$ 가 구간 $(0, 5)$ 에서 극대가 되도록 하는 a 의 값을 α , 구간 $(5, 10)$ 에서 극대가 되도록 하는 a 의 값을 β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{27}{4}$ ② $\frac{35}{4}$ ③ $\frac{43}{4}$
 ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{59}{4}$

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 각 BAC의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\sin \angle ADB = \frac{\sqrt{21}}{7}$ 이다. 삼각형 ABC에 외접하는 원에 대하여 이 원에 내접하는 정삼각형의 넓이는? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $\frac{21\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{45\sqrt{3}}{8}$ ③ $6\sqrt{3}$
 ④ $\frac{51\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x) + a$ 이다.

$\int_{-20}^{20} \{|f(x)| - f(x)\} dx = S$ 일 때, $a + S$ 의 값은?

- (단, a, S 는 상수이다.) [4점]
 ① 399 ② 404 ③ 409 ④ 414 ⑤ 419

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 어떤 자연수 α 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = \alpha$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+3} = a_n \text{이다.}$$

(나) $n = 1, 2$ 일 때,

$$a_{n+1} = 2^{a_n} + (a_n)^2 \text{이다.}$$

$\sum_{k=1}^{15} \sin\left(\frac{a_k}{2}\pi\right) = 5$ 가 되도록 하는 20 이하의 모든 α 의 값의 합은? [4점]

- ① 50 ② 53 ③ 56 ④ 59 ⑤ 62

단답형

16. $2^a \times 3^b = 24$ 일 때, 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^2 + x + 1$ 에 대하여 $\int_0^1 f(x)dx = p$ 일 때, $6p$ 의 값을 구하시오. (단, p 는 상수이다.) [3점]

18. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{3} = \frac{\log_c a}{9}$$

를 만족시킬 때, $\log_b a$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. $0 \leq x \leq 20$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \sin x - \cos x$$

에 대하여 방정식 $f\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [3점]

20. 수직선 위를 움직이는 점 P에 대하여 시각 $t (t \geq 0)$

일 때 점 P의 위치 $x(t)$ 는

$$x(t) = t^3 - 3at^2 + 4 \quad (a \text{는 실수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0이 되는 순간 시각 t 를 $f(a)$ 라 하고, 시각 $t=0$ 에서 $t=2f(a)$ 까지 점 P가 움직인 거리를 $g(a)$ 라

할 때, $\sum_{k=1}^5 \frac{f(k)+g(k)}{5}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 세 상수 $a, m, n (a < 4, m \neq 0)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \log_2|x| & (x < a, x > 4) \\ mx+n & (a \leq x \leq 4) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

모든 실수 t 에 대하여

$$g(1+t) + g(1-t) = 2$$

가 성립할 때, $|a \times m \times n|$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 일반항이 $16 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ (n 은 자연수)인 수열 $\{a_n\}$ 과

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f'(x)=0$ 의 실근은 모두 정수이다.

(나) 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$a_n \times f(a_n) f'(a_n) \leq 0$$

을 만족시키는 자연수 n 은 존재하지 않는다.

$f(-2)f(4) > 0, f'(-1)f'(1) < 0, f'(4) < 0$ 일 때, $f(7)$ 의

최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^2 + t), \quad y = e^{\sin t}$$

에서 $t = 2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6}{5}\pi$ ② $\frac{8}{5}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{12}{5}\pi$ ⑤ $\frac{14}{5}\pi$

25. 양의 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$$f(2) = g(2), \quad g'(2) = \frac{1}{7}$$

일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln\{f(2+h)\} - \ln\{f(2)\}}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

26. $t > \frac{1}{e}$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln x$ 위의 점 중에서

직선 $y = tx$ 와의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 곡선 $y = \ln x$ 에 접하는 직선의 x 절편을 $f(t)$ 라 할 때, $f'(e)$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{1}{e^2}$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ -1 ④ $-e$ ⑤ $-e^2$

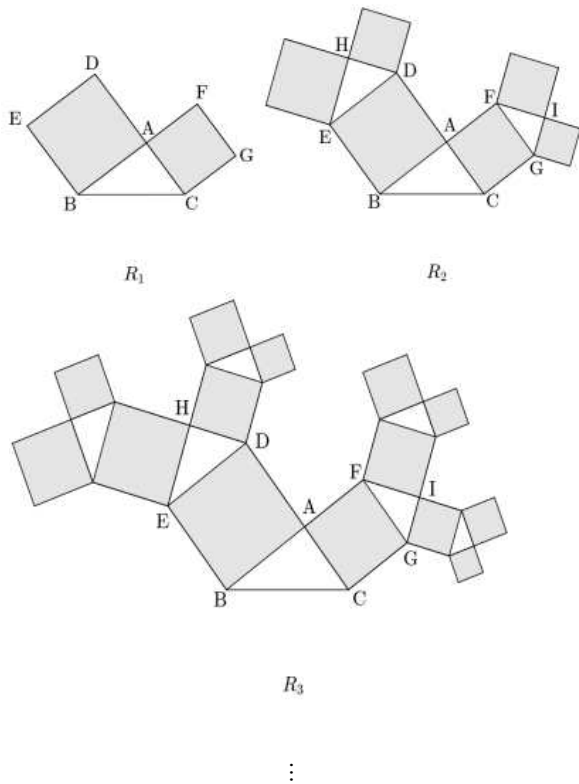
27. 그림과 같이 선분 BC를 빗변으로 하고 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABED와 선분 AC를 한 변으로 하는 정사각형 ACGF를 그리고, 두 정사각형 ABED, ACGF에 색칠하여 얻어진 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 점 H를 삼각형 HED가 직각삼각형이고 $\overline{HE}:\overline{HD}=4:3$ 이 되도록 잡고, 점 I를 삼각형 IFG가 직각삼각형이고 $\overline{IF}:\overline{IG}=4:3$ 이 되도록 잡는다.

선분 HE, HD, IF, IG를 각각 한 변으로 하는 네 개의 정사각형을 그리고, 이 네 개의 정사각형에 색칠하여 얻어진 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 네 개의 정사각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 과정으로 만들어지는 8개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 과정에서 새로 얻은 2^n 개의 정사각형 중 넓이가 가장 큰 정사각형의 넓이만을 1번째 과정에서 n 번째 과정까지 각각 더한 것을 S_n , n 번째 과정에서 새로 얻은 2^n 개의 정사각형 중 넓이가 가장 작은 정사각형의 넓이만을 1번째 과정에서 n 번째 과정까지 각각 더한 것을 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \{ \sqrt{S_n} + \sqrt{T_n} \}$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{117}{12}$
- ② $\frac{121}{12}$
- ③ $\frac{125}{12}$
- ④ $\frac{129}{12}$
- ⑤ $\frac{133}{12}$

28. 실수 전체의 집합에서 정의되고, $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x < 0$ 일 때, $f(x) = \frac{1}{x^2} + a$ 이다. (단, $a > 0$)

(나) $x > 0$ 일 때, $-x^2 + x < f(x) < x^2 + x$ 이다.

모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 는 오직 하나의 실근을 가지고, 이 방정식의 실근을 $g(t)$ 라 할 때, $0 < t < a$ 인 모든 실수 t 와 양수 b 에 대하여

$$g(t) + 2g(2a - t) + b = 0$$

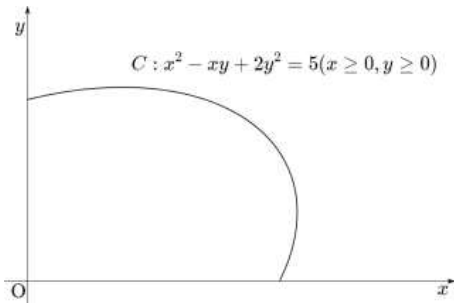
이 성립한다. $\frac{f(0)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{24}$
- ② $\frac{5}{4}$
- ③ $\frac{35}{24}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{15}{8}$

단답형

29. 곡선 $C: x^2 - xy + 2y^2 = 5 (x \geq 0, y \geq 0)$ 에 대하여

곡선 C 위의 점 A에서의 접선을 l_1 , 곡선 C 위의 점 B에서의 접선을 l_2 라 하자. 두 직선 l_1, l_2 가 각각 x 축, y 축에 평행할 때, 두 직선의 교점의 좌표는 (a, b) 이다. $a \times b = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 정의역이 $\left\{ x \mid \frac{1}{e^3} < x < e \right\}$ 인 함수 $f(x) = x(\ln x)^3$ 와

실수 $t \left(\frac{1}{e^3} < t < e, t \neq \frac{1}{e^2}, t \neq 1 \right)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x) - f'(t)(x-t) - f(t)$$

가 $x = a$ 에서 극대가 되도록 하는 실수 a 의 값을 $h(t)$ 라 하자.

$$f'(\alpha) = f'(\beta) = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$$

를 만족시키는 두 실수 $\alpha, \beta \left(\alpha < \frac{1}{e^2}, \beta > 1 \right)$ 에 대하여

$h\left(\frac{12}{e^4}\right) \times \alpha \beta h(\alpha)$ 의 값이 $\frac{q}{e^p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 자연수이고, e 는 $2 < e < 3$ 인 무리수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.