

수학 영역

성명

수험 번호

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

끝없이 별빛이 내리던 밤

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

오르비 외고지만 이과

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{108} \times 4^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2. 함수 $f(x) = x^4 + 4x^2 - 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

3. $\tan(-\theta) = \frac{2}{3}$ 일 때, $\sin(-\theta)\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{6}{13}$ ② $-\frac{2}{13}$ ③ $\frac{2}{13}$ ④ $\frac{6}{13}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

4. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+3 & (x < 1) \\ bx^2+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 4x(x^2 - 1), \quad f(1) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_3 - a_1} = \frac{5}{2}, \quad S_2 = a_3 + 5$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 24x + 8$ 이 닫힌구간 $[-k, k]$ 에서

감소할 때, 양수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

8. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여

$$x^3 + 5x^2 + 8x - f(1) + \int_1^x f(t) dt = (x+2)f(x)$$

이다.

$f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

9. 네 자연수 $a, b, c, d (a \leq b \leq c \leq d)$ 에 대하여 집합 X 를

$$X = \{a, b, c, d\}$$

라 하자. 집합 X 의 원소 중 한 원소를 k 라 할 때, 집합 Y_k 는

$$Y_k = X - \{k\}$$

이다. 두 집합 Y_b 와 Y_d 의 원소가 모두 공차가 3의 배수인 등차수열을 이루고 집합 Y_c 의 원소가 등비수열을 이룰 때, $a+b+c+d$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

10. 두 점 P, Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)과 점 B(4)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 3, \quad v_2(t) = 2t + 2$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

11. 실수 n 과 최고차항의 계수의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(n)$ 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g_1(n)$, $f(n)$ 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g_2(n)$ 이라 하자. 두 함수 $g_1(n)$, $g_2(n)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g_1(n) = g_2(n)$ 을 만족시키는 n 의 값은 1과 4뿐이다.
 (나) $n \geq 1$ 일 때, $g_1(n) \leq g_2(n)$ 이다.

$f(6) + g_1(2) + g_2(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

12. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 10$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq ax+b) \\ ax+b & (f(x) > ax+b) \end{cases}$$

라 하자. $g(-2) = -10$ 이고 함수 $g(x)$ 의 역함수가 존재할 때, $3a+b$ 의 최댓값은? (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

- ① $\frac{35}{4}$ ② $\frac{37}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{41}{4}$ ⑤ $\frac{43}{4}$

13. 양의 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 두 함수

$$y = t \sin \pi x, \quad y = \frac{1}{t} \cos \pi x$$

가 만나는 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때,
 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(1) = \sqrt{3}$
 ㄴ. 모든 t 에 대하여 $f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$ 이다.
 ㄷ. $\frac{1}{2} \leq t \leq 2$ 일 때, $f(t) \geq \sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} (x+1)(x+4)^2 & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때,

$$h(t) \neq 2, \quad \lim_{t \rightarrow 0^-} h(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} h(t)$$

이다. 실수 a 에 대하여 $h(a) = b$ 일 때, 모든 b 의 값의 합은?
 [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

15. 모든 항이 2이상의 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

모든 자연수 n 에 대하여 b_n 은 a_n 의 약수 중 두 번째로 작은 값이다.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > b_n$, $b_n \neq b_{n+1}$ 이다.
 (나) $b_m = m$ 을 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.

$\sum_{n=1}^4 a_n \leq 90$ 일 때, 모든 a_3 의 값의 합은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

단답형

16. 방정식 $4^{x-5} = \left(\frac{1}{8}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2-5)$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} a_n + \sum_{n=1}^9 b_n = 137, \quad a_{10} = -16$$

일 때, $a_5 + b_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + k$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(0, f(0))$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B 라 하고, 점 B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 C 라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이가 곡선 $y = f(x)$ 에 의하여 이등분될 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 세 정수 $a(a > 1)$, b , k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

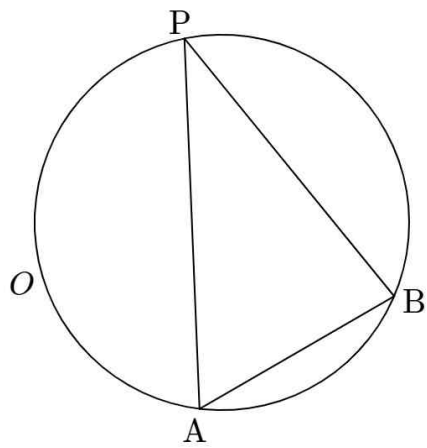
$$f(x) = \begin{cases} |a^x + k| & (x \leq b) \\ |\log_a(x - b)| & (x > b) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a , b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 모든 $a + b$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$g(t) = 3$ 을 만족시키는 t 의 값의 범위는 $14 \leq t \leq 50$ 이다.

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원 O 위에 현 AB 가 있다. 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 ABP 의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 하고, 삼각형 ABQ 의 넓이가 삼각형 ABP 의 넓이의 3배가 되도록 하는 점 P 중 점 B 를 포함하는 호 AQ 위의 점을 R 이라 하자.

$\cos \angle (ARB) = \frac{4}{5}$ 일 때, 선분 BR 의 길이는 $m - n\sqrt{6}$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 자연수이다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x-t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

두 함수 $f(x)$ 와 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 t 에 대하여 $g(t) \neq 1$ 이다.

(나) $f(k)=0$ 일 때, $g(k-1)=g(k)+1$ 을 만족시키는 실수 k 가 존재한다.

$f(2)=2, f'(2)=1, f'(0)>0$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.