

제 2 교시

수학 영역



5지선다형

1.  $\sqrt[3]{4} \times 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

2.  $\log_3 24 + \log_3 \frac{3}{8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 중심각의 크기가  $\frac{3}{4}\pi$ 이고 호의 길이가  $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 반지름의 길이는? [2점]

- ①  $\frac{4}{9}$     ②  $\frac{5}{9}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{7}{9}$     ⑤  $\frac{8}{9}$

$\frac{2}{3}\pi = r \times \frac{3}{4}\pi$

4.  $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식  $2\cos x + 1 = 0$ 의 해는? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$     ②  $\frac{\pi}{4}$     ③  $\frac{\pi}{3}$     ④  $\frac{2}{3}\pi$     ⑤  $\frac{5}{6}\pi$

$\cos x = -\frac{1}{2}$

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	4	5	6	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4.2	...	.6274	.6284	.6294	...
4.3	...	.6375	.6385	.6395	...
4.4	...	.6474	.6484	.6493	...

위의 표를 이용하여  $\log 43.5$ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 1.6385    ② 1.6395    ③ 1.6474    ④ 2.6385    ⑤ 2.6395

$1 + 0.6385$

6. 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서

$\sin A = \frac{1}{4}$ 일 때,  $\overline{BC}$ 의 값은? [3점]

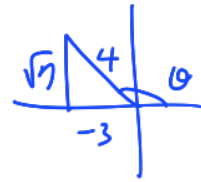
- ① 2    ②  $\frac{5}{2}$     ③ 3    ④  $\frac{7}{2}$     ⑤ 4

$a = 2R \sin A = 3$

7.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ 일 때,  $\sin \theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{7}}{4}$     ②  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{\sqrt{3}}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{7}}{4}$



8. 함수  $y = \log_3(x+a)+b$ 의 그래프가 점  $(5, 0)$ 을 지나고 점근선이 직선  $x = -4$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

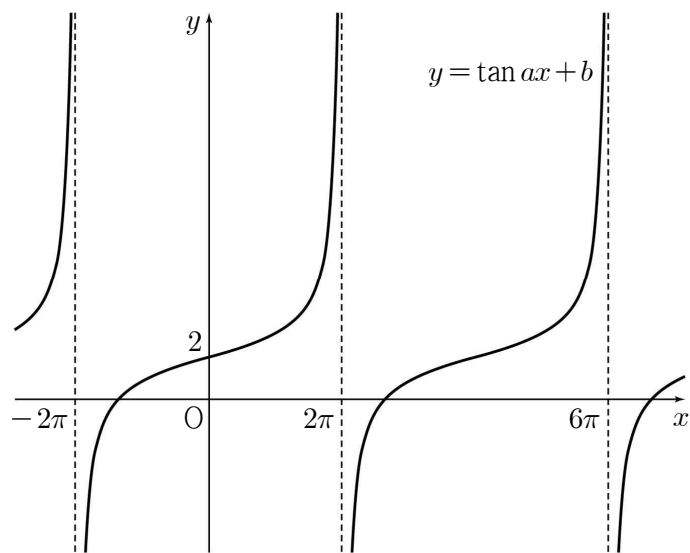
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$-a = -4, a = 4$

$\log_3(5+a) + b = 0$

$b = -2$

9. 함수  $y = \tan ax + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]



- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

$a > 0$ , 주기  $\frac{\pi}{a} = 4\pi, a = \frac{1}{4}$

$(0, 2) \rightarrow b = 2$

10. 함수  $y = 5^x + 1$ 의 역함수의 그래프가 점  $(4, \log_5 a)$ 를 지날 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$(\log_5 a, 4)$

$a + 1 = 4$

11. 함수  $y=4^x-6$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프가 원점을 지나고 점근선이 직선  $y=-2$ 일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1

$$y = 4^{x-a} - b + b$$

$$-b + b = -2, b = 4$$

$$y = 4^{x-a} - 2 \quad (0, 0)$$

$$0 = 4^{-a} - 2, 2^{-2a} = 2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$b = 4$$

12. 실수  $k$ 에 대하여 함수

$$f(x) = 2\cos^2 x + 2\sin x + k$$

의 최댓값이  $\frac{15}{2}$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$2(1-s^2) + 2s + k$$

$$= -2s^2 + 2s + 2 + k$$

$$= -2\left(s - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} + k \quad (-1 \leq s \leq 1)$$



$$s = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5}{2} + k = \frac{15}{2}, k = 5$$

$$s = -1 \rightarrow -2 + 2 + k = 3$$

13. 부등식  $2^{2x+3}+2 \leq 17 \times 2^x$  을 만족시키는 정수  $x$  의 개수는?  
[3점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

$2^x = A (A > 0)$   
 $8A^2 + 2 \leq 17A$   
 $8A^2 - 17A + 2 \leq 0$   

$8A$	$-1$	$\frac{1}{8} \leq A \leq 2$
$A$	$-2$	

 $\frac{1}{8} \leq 2^x \leq 2$   
 $-3 \leq x \leq 1$

14. 모든 실수  $x$  에 대하여  $\log_a(x^2+ax+a+8)$  이 정의되기 위한 모든 정수  $a$  의 값의 합은? [4점]

- ① 27
- ② 29
- ③ 31
- ④ 33
- ⑤ 35

$a > 0$      $\Delta > 0$   
 $a \neq 1$      $a^2 - 4a - 32 < 0$   
 $-4 < a < 8$   
 2, 3, 4, 5, 6, 7

15. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = r^2 (r > 2)$ 와 직선  $x = -2$ 가 만나는 두 점 중  $y$ 좌표가 양수인 점을 A,  $y$ 좌표가 음수인 점을 B라 하고, 두 동경 OA, OB가 나타내는 각의 크기를 각각  $\alpha, \beta$ 라 하자.  $2\cos\alpha = 3\sin\beta$ 일 때,  $r(\sin\alpha + \cos\beta)$ 의 값은? (단, O는 원점이고,  $x$ 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [4점]

- ①  $-\frac{8}{3}$     ②  $-\frac{5}{3}$     ③  $-\frac{2}{3}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{4}{3}$

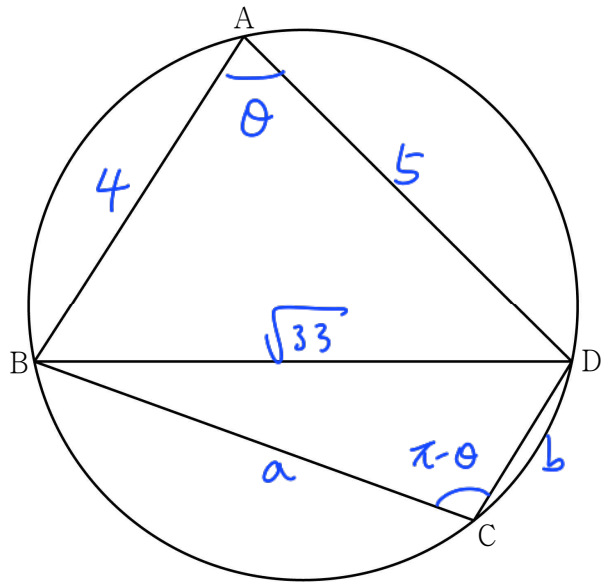
$\cos\alpha = \frac{-2}{r}, \sin\beta = \frac{-k}{r}$   
 $2\cos\alpha = 3\sin\beta$   
 $\frac{-4}{r} = \frac{-3k}{r}, k = \frac{4}{3}$   
 $r(\sin\alpha + \cos\beta)$   
 $= r\left(\frac{k}{r} + \frac{-2}{r}\right)$   
 $= k - 2 = -\frac{2}{3}$

16. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$\overline{AB} = 4, \overline{AD} = 5, \overline{BD} = \sqrt{33}$

이다. 삼각형 BCD의 넓이가  $2\sqrt{6}$ 일 때,  $\overline{BC} \times \overline{CD}$ 의 값은?

[4점]



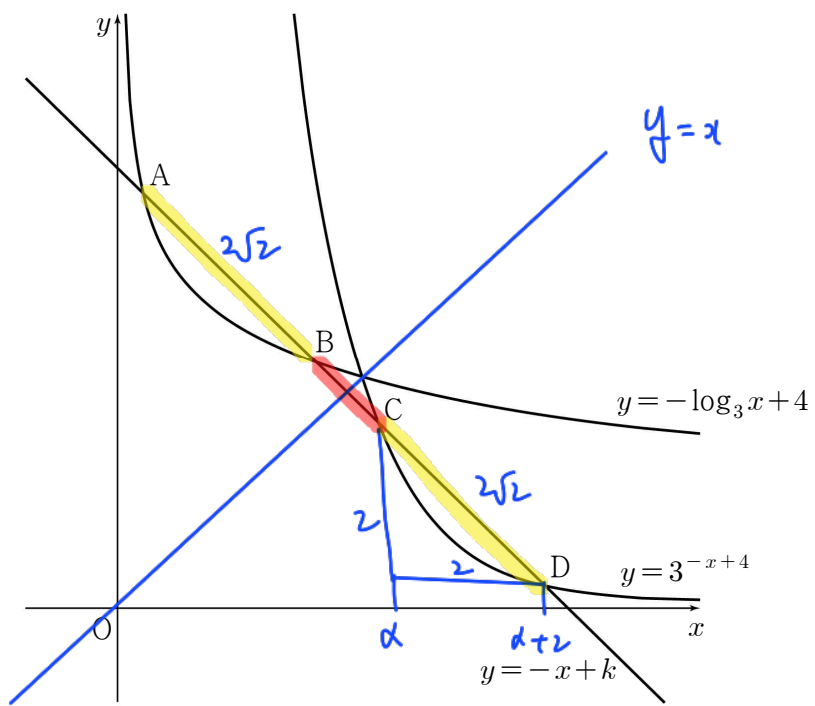
- ① 10    ②  $\frac{21}{2}$     ③ 11    ④  $\frac{23}{2}$     ⑤ 12

$\cos\theta = \frac{16 + 25 - 33}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}, \sin\theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$   
 $\frac{1}{2} ab \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = 2\sqrt{6}$   
 $ab = 10$

17. 그림과 같이 상수  $k(5 < k < 6)$ 에 대하여 직선  $y = -x + k$ 가 두 곡선

역함수  
 $y = -\log_3 x + 4, y = 3^{-x+4}$

과 만나는 네 점을  $x$ 좌표가 작은 점부터 차례로 A, B, C, D라 하자.  $\overline{AD} - \overline{BC} = 4\sqrt{2}$  일 때,  $k$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{19}{4} + \log_3 2$
- ②  $\frac{17}{4} + 2\log_3 2$
- ③  $\frac{17}{4} + \log_3 5$
- ④  $\frac{9}{2} + 2\log_3 2$
- ⑤  $\frac{9}{2} + \log_3 5$

$C(d, 3^{-d+4}), D(d+2, 3^{-d+2})$

$3^{-d+4} - 3^{-d+2} = 3^{-d+2}(9-1) = 2$

$3^{-d+2} = \frac{1}{4}$

$-d+2 = -2\log_3 2, d = 2 + 2\log_3 2$

$3^{-d+2} = \frac{1}{4}$

$D(d+2, 3^{-d+2})$ 는  $x+y=k$  위의 점

$k = (d+2) + 3^{-d+2} = 4 + 2\log_3 2 + \frac{1}{4}$

$= \frac{17}{4} + 2\log_3 2$

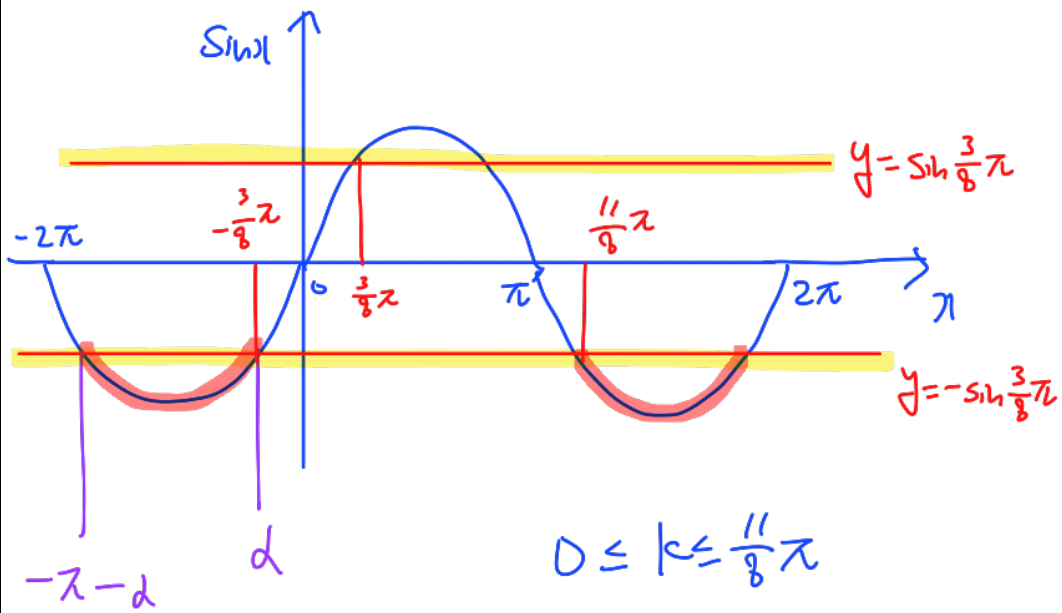
18. 실수  $k(0 \leq k \leq 2\pi)$ 에 대하여  $-\pi \leq x \leq k$ 에서 부등식

$\sin x + \cos \frac{\pi}{8} < 0$

을 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 범위가  $-\pi - \alpha < x < \alpha$ 가 되도록 하는  $k$ 의 최댓값은? [4점]

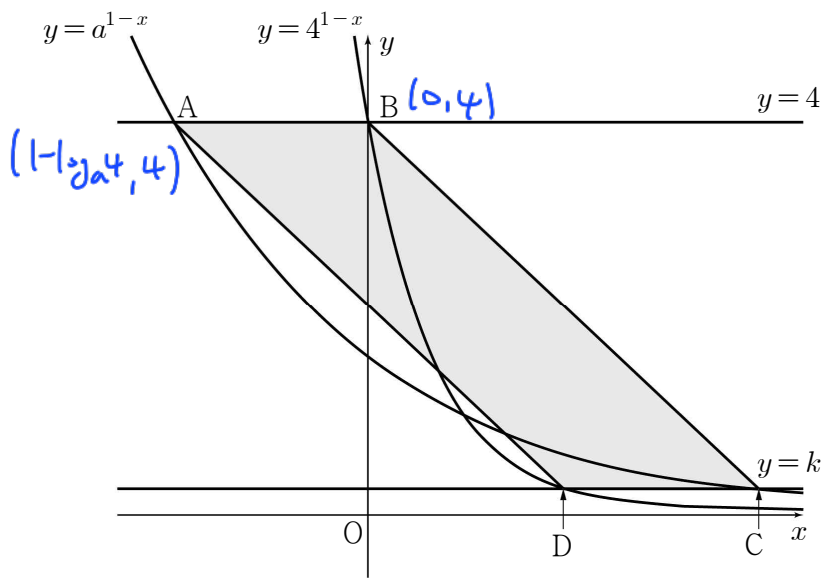
- ①  $\frac{5}{8}\pi$
- ②  $\frac{7}{8}\pi$
- ③  $\frac{9}{8}\pi$
- ④  $\frac{11}{8}\pi$
- ⑤  $\frac{13}{8}\pi$

$\sin x < -\cos \frac{\pi}{8} = -\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{8}) = -\sin \frac{3\pi}{8}$



19. 두 상수  $a, k (1 < a < 4, 0 < k < 1)$ 에 대하여 직선  $y=4$ 가 두 곡선  $y=a^{1-x}, y=4^{1-x}$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $y=k$ 가 두 곡선  $y=a^{1-x}, y=4^{1-x}$ 과 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ADCB가 넓이가  $\frac{15}{2}$ 인 평행사변형일 때,  $4ak$ 의 값은? [4점]

- ①  $2^{\frac{1}{3}}$     ②  $2^{\frac{5}{12}}$     ③  $2^{\frac{1}{2}}$     ④  $2^{\frac{7}{12}}$     ⑤  $2^{\frac{2}{3}}$



$D(1-\log_4 k, k), C(1-\log_a k, k)$

A, D 가 좌표와 = B, C 가 좌표와

$\log_a 4 - \log_4 k = 1 - \log_a k$

$\log_a 4k = \log_4 4k \therefore a=4 \text{ or } k=\frac{1}{4}$

$1 < a < 4 \therefore k=\frac{1}{4}$

$\overline{AB}=d \rightarrow S = d(4 - \frac{1}{4}) = \frac{15}{2}$

$d=2, (\log_a 4) - 1 = 2$

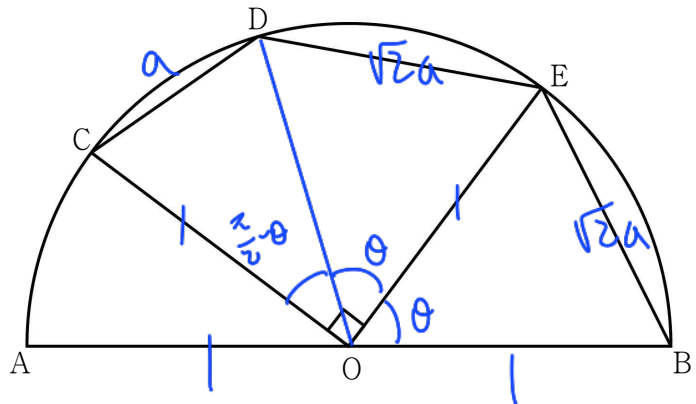
$\therefore a^3=4, a=2^{\frac{2}{3}}$

$4ak = 2^{\frac{2}{3}}$

20. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 세 점 C, D, E가

$\overline{DE} = \overline{EB}, \overline{CD} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}, \angle COE = \frac{\pi}{2}$

를 만족시킨다.  $\cos(\angle OBE)$ 의 값은? (단, 점 D는 점 B가 아니다.) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{14}}{10}$     ②  $\frac{2}{5}$     ③  $\frac{3\sqrt{2}}{10}$     ④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$     ⑤  $\frac{\sqrt{22}}{10}$

$\Delta OCD \rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \frac{1+1-a^2}{2 \cdot 1 \cdot 1}, \sin \theta = \frac{2-a^2}{2}$

$\Delta ODE \rightarrow \cos \theta = \frac{1+1-2a^2}{2 \cdot 1 \cdot 1}, \cos \theta = \frac{2-2a^2}{2}$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{5a^4 - 12a^2 + 8}{4} = 1$

$5a^4 - 12a^2 + 8 = 0$

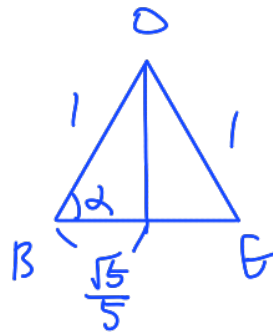
$5a^2 - 2 \quad a^2 = \frac{2}{5}, 2$

$a^2 = \frac{2}{5}$

$a = \frac{\sqrt{10}}{5}, \sqrt{2}$

$a = \sqrt{2} \rightarrow BE = 2 \text{ (지름)} \times$

$\therefore a = \frac{\sqrt{10}}{5}, BE = \frac{2\sqrt{5}}{5}$



$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$

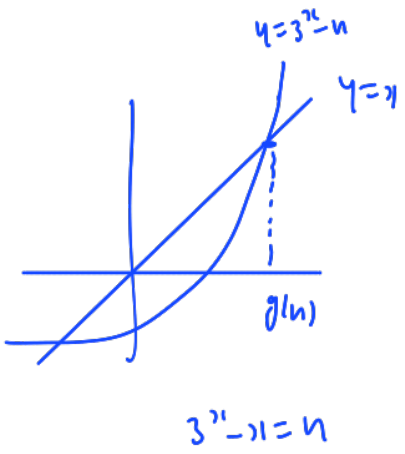


21. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 함수

$$f(x) = 3^x - n$$

의 그래프가 함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 만나는 두 점의  $x$ 좌표 중 큰 값을  $g(n)$ 이라 하자.  $k \leq g(n) < k+1$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 를  $h(n)$ 이라 할 때,  $h(n) < h(n+1)$ 을 만족시키는 100 이하의 모든  $n$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 103    ② 105    ③ 107    ④ 109    ⑤ 111



n	$3^n - n = n$	
1	2	
2	7	$h(6) = 1$
3	24	$h(7) = 2$ ) 6
4	77	$h(23) = 2$
5	238	$h(24) = 3$ ) 23
		$h(76) = 4$
		$h(77) = 5$ ) 76
		$6 + 23 + 76 = 105$

단답형

22.  $(5^2 - \sqrt{3})^{2 + \sqrt{3}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

5

23. 방정식  $\log_4(x-1) = 3$ 의 해를 구하시오. [3점]

$x-1 = 64$     65

24.  $0 \leq x \leq 6$ 에서 함수  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+3) + 30$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

$$x=0 \rightarrow 29 \quad \boxed{29}$$

25. 함수  $y = 6\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + k$ 의 그래프가 점  $\left(\frac{5}{6}\pi, 9\right)$ 를 지날 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$y = -6\sin x + k \quad \boxed{12}$$

$$-6\sin\frac{5}{6}\pi + k = -3 + k = 9$$

$$k = 12$$

26. 자연수  $n$ 에 대하여  ${}^{n+1}\sqrt{8}$ 이 어떤 자연수의 네제곱근이 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$({}^{n+1}\sqrt{8})^4 = 2 \quad \boxed{22}$$

$$2^{\frac{12}{n+1}} = 2 \quad n=1, 2, 3, 5, 11$$

27. 1보다 큰 세 실수  $a, b, c$ 가

$$\log_a b = 81, \log_c \sqrt{a} = \log_{\sqrt{b}} c$$

를 만족시킬 때,  $\log_c b$ 의 값을 구하시오. [4점]

18

$$B = \log_c b$$

$$A = \log_c a = 81, \frac{1}{2} \log_c a = \frac{2}{\log_c b}$$

$$A = \frac{B}{81}, A = \frac{4}{B}$$

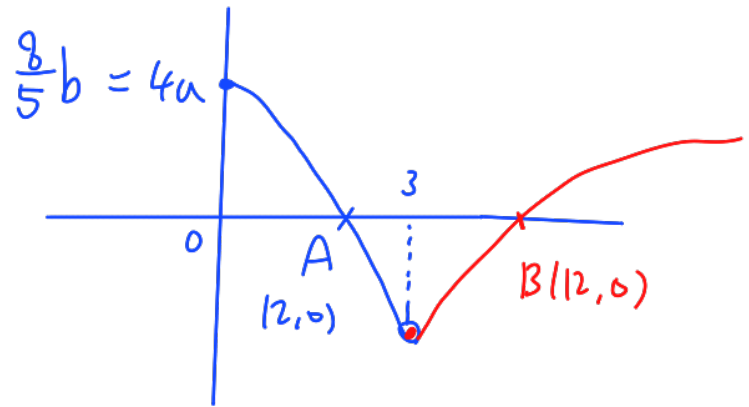
$$B = 4 \times 81, B = 2 \times 9 = 18$$

28. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} a(4-x^2) & (0 \leq x < 3) \\ b \log_2 \frac{x}{3} - 5a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 10$ 이고  $f(b) = 2b$ 일 때,  $5a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

144



$$f(12) = 2b - 5a = 0, a = \frac{2}{5}b$$

$$f(0) = \frac{8}{5}b - 4a = 0 \quad 0 \leq b < 3 \rightarrow f(b) \neq 2b$$

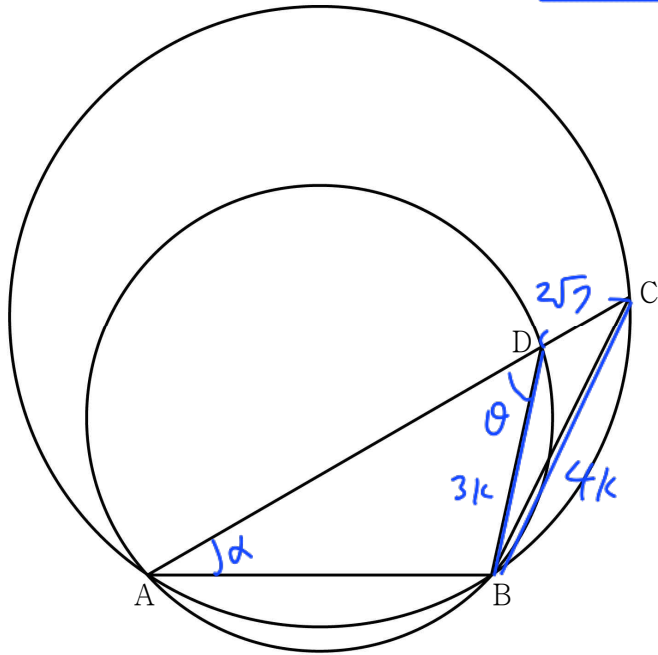
$$b > 3 \rightarrow f(b) = b \log_2 \frac{b}{3} - 2b = 2b$$

$$\log_2 \frac{b}{3} = 4, b = 48$$

$$5a = 2b = 96$$

29. 그림과 같이  $\overline{AC} > 2\sqrt{7}$  인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC 위의 점 D가  $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ ,  $\cos(\angle BDA) = \frac{\sqrt{7}}{4}$  을 만족시킨다. 삼각형 ABC와 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각  $R_1, R_2$  라 하자.  $R_1 : R_2 = 4 : 3$  일 때,  $\overline{BC} + \overline{BD}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28



$BC = 2R_1 \sin \alpha, BD = 2R_2 \sin \alpha$

$BC : BD = R_1 : R_2 = 4 : 3 \quad BC = 4k, BD = 3k$

$\triangle BCD \rightarrow 16k^2 = 9k^2 + 28 - 2 \cdot 3k \cdot 2\sqrt{7} \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$

$7k^2 - 21k - 28 = 0$

$k^2 - 3k - 4 = 0, k = 4, \overline{BC} + \overline{BD} = 7k = 28$

30. 1보다 큰 실수 k에 대하여 함수

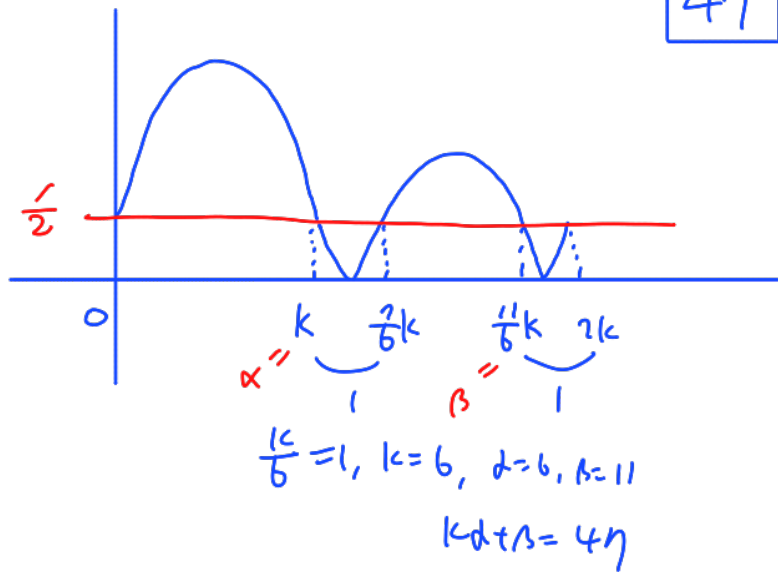
$$f(x) = \left| 2 \sin \frac{\pi}{k} x + \frac{1}{2} \right|$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

실수  $t (0 \leq t \leq 2k)$ 에 대하여  $t \leq x \leq t+1$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값이  $\frac{1}{2}$ 이 되도록 하는  $t$ 의 값은  $\alpha$ 와  $\beta$ 뿐이다.

$k\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. (단,  $\alpha < \beta$ ) [4점]

47



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.