제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}})^3$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$2^1 \times 2^4 = 2^5 = 32$

2. 다항함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 3$ 에 대하여 $f'(0) + f(0)$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$f'(0) = -5$
$f(0) = 3$

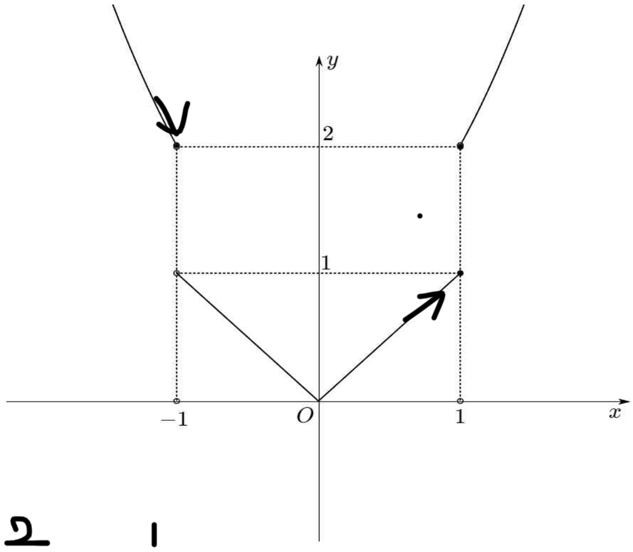
3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$를 만족하는 θ에 대하여, $\sin\theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$일 때, $\boxed{\cos(\frac{\pi}{2}+\theta) + \sin(\frac{\pi}{2}-\theta)}$의 값은? [2점]

① $-\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ $\cos\theta = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$-\sin\theta + \cos\theta = -\frac{4\sqrt{10}}{10} = -\frac{2\sqrt{10}}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다.



2 1

$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 다항함수 $f(x)=(3x+1)(7x^2-6x-1)$에 대하여

$\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{f(1+x)-f(1-x)}{2x}}$의 값은? [3점]

① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

$\frac{2f'(1)}{2} = f'(1)$

$f'(x) = 3(7x^2-6x-1)$
$+(3x+1)(14x-6)$

$f'(1) = 3\times 0 + 4\times 8 = 32$

6. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2-4x+1$이고, $f(1)=2$일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

$f(x) = x^3-2x^2+x+2$

$f(3) = 27-18+5$
$= 14$

7. 부등식 $\log_2(x^2+ax+b)>2$이 모든 실수 x에 대하여 성립할 때, 순서쌍 (a, b)의 개수는? (단, a, b는 10 이하의 자연수이다.) [3점]

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

① 진수조건

$x^2+ax+b>0$

$\rightarrow a^2-4b<0$

$\therefore a^2<4b$

② 부등식

$x^2+ax+b>4$

$x^2+ax+b-4>0$

$\rightarrow a^2-4(b-4)<0$

$\therefore a^2<4(b-4)$

By ①. ②

$a^2<4(b-4)$

i) $b=5$ … $a=1$

ii) $b=6$ … $a=1, 2$

iii) $b=7$ .. $a=1.2.3$

iv) $b=8$ .. $a=1.2.3$

v) $b=9$ .. $a=1.2.3.4$

vi) $b=10$ .. $a=1.2.3.4$

$\therefore$ 총 17가지

8. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=2$ ($n \geq 2$인 자연수)
>
> (나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} a_k a_{k+1} = \cancel{84}$ 168

$\displaystyle\sum_{k=1}^{m} a_k = 510$일 때, m의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4=84$

$a_2=2a_1,\ a_3=4a_1\ \ a_4=8a_1$

$2a_1^2+8a_1^2+32a_1^2=84\times 2$

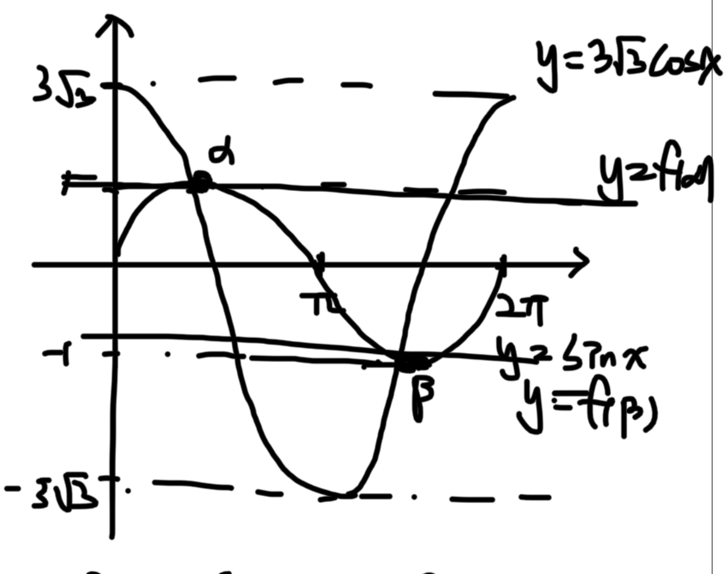
$a_1=2$

$\dfrac{2(2^m-1)}{2-1}=510$ $\quad 2^{m+1}=512=2^9$

$\therefore m=8$

9. 함수 $f(x)=3\sqrt{3}\cos x\ (0<x<2\pi)$에 대해, 방정식 $f(x)=\sin x$의 두 실근을 각각 α, β 라 하자. 이 때, 방정식 $\{f(x)-f(\alpha)\}\{f(x)-f(\beta)\}=0$을 만족하는 모든 실수 x의 합은? (단, $0<\alpha<\beta<2\pi$) [4점]

① 4π ② $4\sqrt{3}\pi$ ③ 6π ④ $6\sqrt{3}\pi$ ⑤ $8\sqrt{3}\pi$



$f(x)=f(\alpha)$ or $f(x)=f(\beta)$

$\downarrow$ $\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow$

실근 두개합 2π $\qquad$ 실근 두개합 2π

$\therefore$ 실근 합 $=4\pi$

10. $t=0$일 때, 동시에 원점에서 출발해 수직선 위를 움직이는 두 점 P와 Q의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도를 $f(t)$, $g(t)$가 $f(t)=6t^2-3at$, $g(t)=3t^2-6t$이다. 두 점은 시각 $t=b$에서 만나고, 시각 t에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $h(t)$라고 할 때, $h(t)$는 $0<t<b$에서 최댓값 4를 갖는다. $a+b$의 값은?(단, $a>2$, $b>0$인 상수이다.) [4점]

① $\dfrac{13}{2}$ ② 7 ③ $\dfrac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\dfrac{17}{2}$

위치 $F(t)=2t^3-\frac{3}{2}at^2$

$G(t)=t^3-3t^2$

$h(t)=|F(t)-G(t)|$

$=|t^3+(3-\frac{3}{2}a)t^2|$

① $h(b)=0$

$b=\frac{3}{2}a-3$

② $y'=3t^2+(6-3a)t=0$

$3t=3a-6$

$t=a-2$

$h(a-2)=4$ $\qquad (a-2>0)$

$\frac{1}{2}(a-2)^2\,|2(a-2)+(6-3a)|$

$=\frac{1}{2}(a-2)^2\,|2-a|$

$=\frac{1}{2}(a-2)^3=4$

$a=4 \quad b=3$

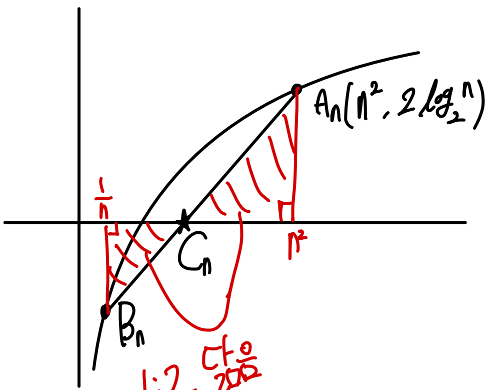
$a+b=7$

11. 2 이상의 자연수 n에 대하여 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위의 x좌표가 n^2인 점을 A_n이라 할 때, 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점 B_n과 x축 위의 점 C_n이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n은 선분 A_nB_n이 x축과 만나는 점이다.
(나) $\overline{A_nC_n} : \overline{B_nC_n} = 2:1$

점 C_n의 x좌표를 $f(n)$이라 할 때, $f(2)\times f(4)=\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)이고, $f(p)=\frac{s}{r}$이다. $q+r+s$의 값은? (단, r, s는 서로소인 자연수이다.) [4점]

① 167 ② 170 ③ 173 ④ 176 ⑤ 179



1:2 닮음

닮음의 성질을 이용하면

B_n의 y좌표 $= -\log_2 n$ ⇒ x좌표 $\frac{1}{n}$

∴ C_n의 x좌표는 $(\frac{1}{n})$과 (n^2)의 1:2 내분점

내분점 공식 사용시

$$f(n)=\frac{\frac{2}{n}+n^2}{3}$$

∴ $f(2)=\frac{5}{3}$, $f(4)=\frac{33}{6}$

$f(2)\times f(4)=\frac{55}{6}$

∴ $f(p)=f(6)=\frac{\frac{1}{3}+36}{3}=\frac{109}{9}$

∴ $q+r+s=55+109+9=173$

12. 등차수열 $\{a_n\}$과 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $2x^2+2a_{n+2}x+a_na_{n+2}=0$의 실근의 개수를 b_n이라고 하자. $\sum_{k=1}^{m} b_k$의 값이 홀수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합이 18일 때, $\frac{a_{10}}{a_6}$의 값을 구하시오. [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

2차방정식의 실근의 개수... 판별식 떠올리기!

$\frac{D}{4}=(a_{n+2})^2-2a_na_{n+2}$ $>0 \to b_n=2$

$=0 \to$ 〃 $=1$

$<0 \to$ 〃 $=0$

$\sum_{k=1}^{m} b_k$가 홀수? ⇒ $b_n=1$ 이 되는 n이 홀수개 있어야 함!

$(a_{n+2})^2-2a_na_{n+2}=0$

$a_{n+2}=0$ or $a_{n+2}=2a_n$

∴ $a_n=-2d$ or $a_n=2d$

4칸 차이...

$a_k=-2d$를 만족하는 k에 대해

$k\le m<k+4$ 이므로

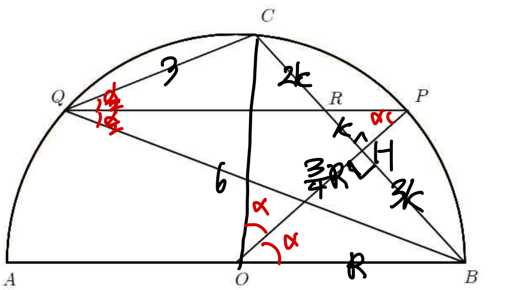
$m=k, k+1, k+2, k+3$

∴ $k=3$

$a_3=-2d$이므로, $\frac{a_{10}}{a_6}=\frac{5d}{d}=5$

13. 그림과 같이 O를 중심으로, 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 한 점을 P라 하자. 점 B에서 직선 OP에 수직으로 그은 직선이 반원과 만나는 B가 아닌 점을 C, 점 P에서 선분 AB에 평행하게 그은 직선이 반원과 만나는 점을 Q, 현 BC와 만나는 점을 R이라 했을 때, 선분 QC의 길이는 3이고 선분 BQ의 길이는 6이다. 이때, 선분 RB의 길이는?

(단, $0 < \angle POB < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

$\overline{OC}$를 그으면

$\triangle OBH \equiv \triangle OCH$ 이므로 (RHS)

$\overline{CH} = \overline{BH}$ 이고, $\angle POB = \angle COP = \frac{\alpha}{2}$

원주각의 성질에 따라

$\angle CQP = \angle BQP = \frac{\alpha}{2}$

$\overline{QR}$은 각의 이등분선 이므로,

$\overline{QC} : \overline{QB} = \overline{RC} : \overline{RB} = 1 : 2$

이때, $\overline{CH} = \overline{BH}$ 이므로, $\overline{RC} = 2k$, $\overline{RH} = k$, $\overline{BH} = 3k$

$\overline{AB} // \overline{QP}$ 이므로, $\angle OPQ = \alpha$ 이고,

$\triangle OHB \backsim \triangle PHR$ (AA 닮음).

닮음비가 1:3이므로, 반지름을 R이라 하면, $\overline{OH} = \frac{3}{4}R$.

$\therefore \cos\alpha = \frac{3}{4}$

$\triangle QCB$에 코사인 법칙을 사용시 $\overline{BC} = 3\sqrt{2}$

$k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\overline{RB} = 4k = 2\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

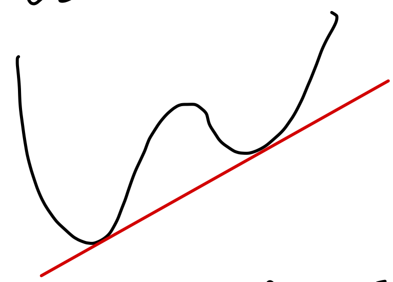
$f'(x)$는 $(2, 2)$에서 점대칭

(가) $f'(x) + f'(4-x) = 4$
(나) 실수 t에 대하여 함수 $y = f(x)$와 $y = 2x + t$의 교점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $y = g(t)$는 서로 다른 두 점에서만 불연속이다.
(다) $f(4) - f(0) = 8$

$y = f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$에서의 접선과 점 $(3, f'(3))$사이의 거리가 $\frac{16\sqrt{5}}{5}$일 때, $f(5)$의 최댓값은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

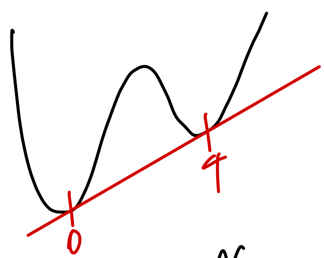
(나)조건을 만족하려면 아래와 같이



기울기 2인 한 직선에 $f(x)$가 동시에 접해야 한다.

이때, $f(4) - f(0) = 8$이기 때문에

$\frac{f(4) - f(0)}{4} = 2$. $(0, f(0))$ ~ $(4, f(4))$를 잇는 직선의 기울기가 2이므로



$4x^3 - 24x^2 + 32x$

$(x-2)(x^2-4x)$

(가)와 (나)를 통해 $f'(x) = 4x(x-2)(x-4) + 2$

$\therefore f(x) = x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 2x + C$

$(2, f(2))$에서의 접선은 $y = 2(x-2) + 20 + C = 2x + 16 + C$ 이므로,

$(3, f'(3)) = (3, -10)$ 점과 직선 사이의 거리를 쓰면,

$\frac{|32 + C|}{\sqrt{5}} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$, $\therefore C = -16$ or -48 이다.

$\therefore f(5) = 5^4 - 8 \cdot 5^3 + 16 \cdot 5^2 + 10 + C$

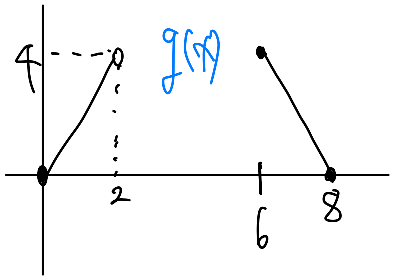
$= 5^2(25 - 40 + 16) + 10 + C = 35 + C = 19$ or -13

15. 구간 $[0,8]$에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 a인 삼차함수 $g(x)$에 대해,

$$f(x)=\begin{cases}2x & (0\le x<2)\\ g(x) & (2\le x<6)\\ -2x+16 & (6\le x\le 8)\end{cases}$$

이다. $\int_2^6 f(x)dx=16$이고, $\int_0^8 f(x)dx=\int_0^8 |f(x)|dx$일 때, 실수 a의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① $-\frac{81}{16}$ ② $-\frac{49}{16}$ ③ -2 ④ $-\frac{27}{16}$ ⑤ $-\frac{9}{16}$

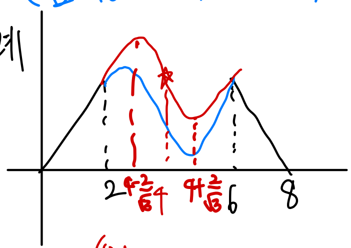


$g(2)=g(6)=4$, $\int_2^6 f(x)dx=16$이므로,

변곡점이 $(4,4)$일때만 성립

(점대칭함수의 정적분)

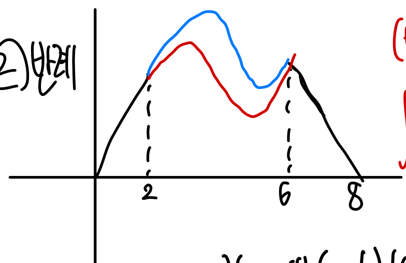
①반례



(변곡점의 x좌표) <4이면

$\int_2^6 f(x)dx<16$

②반례



(변곡점의 x좌표) >4이면

$\int_2^6 f(x)dx>16$

$\therefore g(x)=a(x-2)(x-4)(x-6)+4$

$\int_0^{10}|f(x)|dx=\int_0^{10}f(x)dx$이므로 $2<x<6$에서 $g(x)\ge 0$.

$a<0$일때 $g(4-\frac{2}{\sqrt{3}})\ge 0$, $a>0$일때 $g(4+\frac{2}{\sqrt{3}})\ge 0$이므로,

$-\frac{3\sqrt{3}}{4}\le a\le\frac{3\sqrt{3}}{4}$ $(a\ne 0)$

단답형

16. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\begin{cases}x+a & (x<1)\\ x^2+7x-5 & (x\ge 1)\end{cases}$ 일 때, 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위한 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)$는 $x<1$, $x>1$에서 모두 연속이므로,

$x=1$에서의 연속성만 관찰

$\lim_{x\to 1-}f(x)=\lim_{x\to 1+}f(x)\ (=f(1))$

$1+a=3$

$\therefore a=2$

17. $\sum_{n=1}^{9}(k^2-5k+7)=63$ 일 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

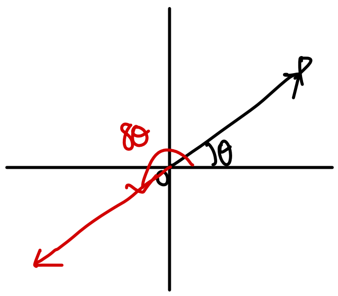
k=상수취급

$9(k^2-5k+7)=63$

$k^2-5k+7=7$

$k=0$ or 5.

18. 좌표평면 위의 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 $\theta(\theta>0)$라 하자. 각의 크기 8θ를 나타내는 동경이 동경 OP와 한 직선 위에 있고 서로 반대 방향이다. 이때, 각 θ의 값을 작은 값부터 나열한 수열 $\{a_n\}$에 대해 $a_{20}=\frac{p}{q}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



$8\theta-\theta=(2n-1)\pi$

$\therefore \theta=\frac{2n-1}{7}\pi$

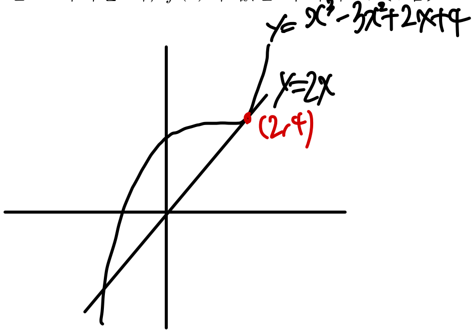
$a_{20}=\frac{39}{7}\pi$

$\therefore p+q=46$

19. 이차함수 $f(x)$가 점 $(0,2)$를 지나고, $(0,\infty)$에서

$$2x \le f(x) \le x^3-3x^2+2x+4$$

를 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [3점]



$2x \le f(x) \le x^3-3x^2+2x+4$ 이므로

$x\to2$: 4, $x\to2$, $x\to2$: 4

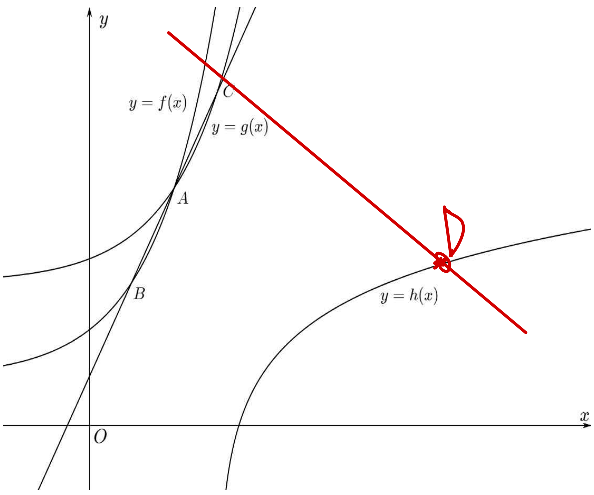
$f(2)=4$

f(x)가 x>2에서 부등식을 유지하려면 f'(2)가 2보다 커서도, 작아서도 안되므로,

$f'(2)=2$,

$\therefore f(x)=\frac{1}{2}x^2+2$, $f(4)=10$

20. 그림과 같이 세 함수 $f(x)=2^x+1$, $g(x)=2^{x-1}+3$, $h(x)=\log_2(x-3)+1$에 대하여, 두 곡선 $y=f(x)$과 $y=g(x)$의 교점을 점 A라 하자. 점 A를 지나고 기울기가 2인 직선이 곡선 $y=f(x)$과 만나는 점이 B, 곡선 $y=g(x)$와 만나는 점을 C일 때, 점 C를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=h(x)$과 만나는 점을 D라 할 때, 선분 BD의 길이를 구하시오. [4점]



$f(x)=g(x) \Rightarrow 2^x=2^{x-1}+2$

$x=2$

$\therefore A(2,5)$

f(x)와 g(x)가 기울기가 2인 직선을 타고 x축 방향으로 +1, y축 방향으로 +2 평행이동 했기 때문에

B(1,3), C(3,7)이 된다.

이때 h(x)는 g(x)와 역함수 관계이므로,

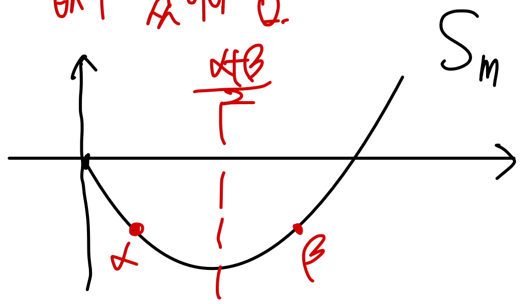
D(7,3)

$\therefore \overline{BD}=6$

21. 공차가 자연수 d이고, 첫째항이 -42인 등차수열 $\{a_n\}$이 $a_{20}>0$이고, 집합 $A=\{S_m \mid S_m=\sum_{k=1}^{m} a_k,\ S_m<0,\ m\text{은 자연수}\}$일 때, $n(A)\neq m$의 개수가 되도록 하는 모든 d의 개수를 구하시오. [4점]

$d\geq 3$

조건을 만족하려면... S_m 값 중 겹치는 값이 있어야 함.



S_m의 대칭축이 $\frac{3\text{이상의 자연수}}{2}$ 이어야 한다.

cf) 대칭축 $=\frac{1}{2}$이면 $S_1=0$; 모순
대칭축 $=1$ 이면 $S_2=0$이므로, 겹치는 S_m 값이 없음

$$S_m=\frac{m(-84+(m-1)d)}{2}$$

$$=\frac{d}{2}m^2-\frac{84+d}{2}m$$

$$\text{대칭축의 방정식}=\frac{\frac{84+d}{2}}{d}$$

$$=\frac{84+d}{2d}=\frac{l}{2}\ (l\text{은 3이상 자연수})$$

$$\frac{84}{d}=l-1\ (=2\text{이상 자연수})$$

$\therefore$ d는 84의 약수 & $d\neq 84$

또한 $d\geq 3$이므로, d는 9개

22. 최고차항 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$가 아래 조건을 만족한다.

(가) $f'(1)=f'(5)$
(나) $2<x_1<x_2<4$를 만족하는 임의의 실수 x_1, x_2에 대하여, 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$과 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면, 집합 $\{k \mid k=\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}},\ k\text{는 실수}\}=\{\sqrt{2}<k<\sqrt{17}\}$ 이다.

$f(3)=12$일 때, 모든 $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]

(나)조건에 따라

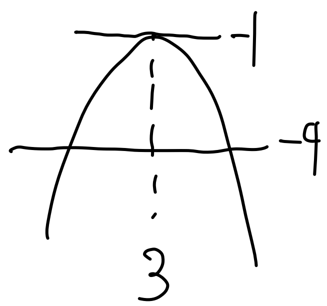
$$k=\frac{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(f(x_2)-f(x_1))^2}}{x_2-x_1}=\sqrt{1+\left(\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right)^2}$$

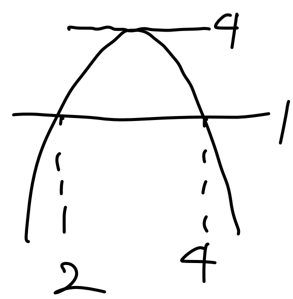
// 평균값정리 $f'(c)$ $(2<c<4)$

$$\sqrt{2}<\sqrt{1+(f'(c))^2}<\sqrt{17}$$

$2<1+(f'(c))^2<17$, $1<(f'(c))^2<16$

$\therefore -4<f'(c)<-1$ or $1<f'(c)<4$





$f'(x)=-3(x-3)^2-1$ $\quad$ $f'(x)=-3(x-3)^2+4$

$f(3)=12$ $\quad$ $f(3)=12$

$f(x)=-(x-3)^3-x+15$ $\quad$ $f(x)=-(x-3)^3+4x$

$f(0)=42+f(0)=27=69$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2^{2n+1}-3^n}{4^n+3^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

24. $\int_{3\pi}^{4\pi} 2x\sin x\,dx$의 값은? [3점]

① -9π ② -10π ③ -11π ④ -12π ⑤ -14π

$-x\cos x + \sin x \Big|_{3\pi}^{4\pi} = -14\pi$

25. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 6$이고, $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = 18$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1}$의 값은? [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ $\frac{1}{2}$

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$

① $\frac{a_1}{1-r} = 6$

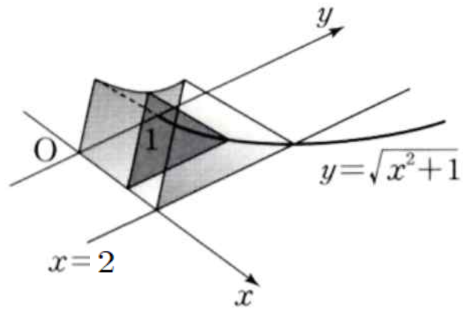
② $\frac{a_1^2}{1-r^2} = 18$

$\rightarrow \boxed{a_1 = 4,\ r = \frac{1}{3}}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1} = \frac{a_2}{1-r}$

$= 2$

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x^2+1}$과 x축 및 두 직선 $x=0, x=2$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]

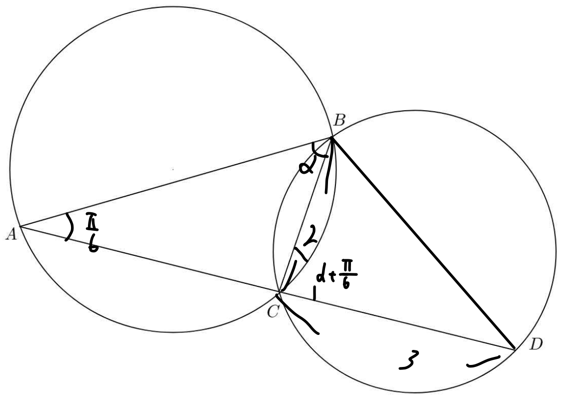


① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

$\int_0^2 \frac{\sqrt{3}}{4}(x^2+1)\,dx = \frac{7\sqrt{3}}{6}$

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O에 내접하는 $\triangle ABC$에 대해, 선분 BC의 길이가 2, $\sin(\angle ABC) = \frac{\sqrt{6}}{3}$이다. 이때, 선분 AC 의 연장선 위에 있는 점 D에 대해 선분 CD의 길이는 3이다. 세 점 B, C, D를 모두 지나는 원 O'에 대하여 O'의 반지름의 길이가 R일때, R^2의 값은?(단, $0 < \angle ABC < \frac{\pi}{2}$) [3점]

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

$\rightarrow \sin^2(\alpha+\frac{\pi}{6})$

$= 1 - \cos^2(\alpha+\frac{\pi}{6})$

$= \frac{7+2\sqrt{6}}{12}$

$\overline{BD}^2 = 4+9 - 12 \times (\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6})$

$= 7 + 2\sqrt{6}$

$\therefore 2R = \frac{\overline{BD}}{\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})}$

$R^2 = \frac{\overline{BD}^2}{4\sin^2(\alpha+\frac{\pi}{6})} = \frac{7+2\sqrt{6}}{4 \times \frac{7+2\sqrt{6}}{12}} = 3$

28. 실수 전체 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 $(0, \infty)$에서

$$-x^2 f'(x) + 2xf(x) = x^4 g(x)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 3, f(e) = 4$일 때, $\int_1^e g(x)dx$의 값은?

① $3 - \frac{4}{e^2}$ ② 3 ③ $3 + \frac{4}{e^2}$ ④ $4 - \frac{3}{e^2}$ ⑤ $4 + \frac{3}{e^2}$

$g(x) = -\frac{f'(x)}{x^2} + \frac{2f(x)}{x^3} = \left(-\frac{f(x)}{x^2}\right)'$

$\therefore \int_1^e g(x)dx = \int_1^e \left\{-\frac{f(x)}{x^2}\right\}' dx$

$= \left[-\frac{f(x)}{x^2}\right]_1^e$

$= -\frac{4}{e^2} - (-3)$

$= 3 - \frac{4}{e^2}$

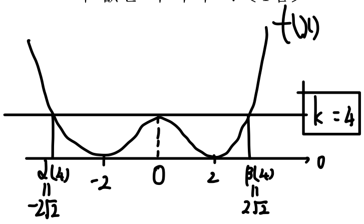
단답형

29. 최고차항 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 점 중 x좌표가 가장 작은 점의 좌표가 $(t,\alpha(t))$, 가장 큰 점의 좌표를 $(t,\beta(t))$이고, 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 할 때, 함수 $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(t)$는 $t=0, t=k$에서만 불연속이다.

$f(0)=4$, $f'(0)=f'(2)=0$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-4}{x}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=0$이고, 함수 $g(t)=t(\beta(t)-\alpha(t))$일 때, $k+g(k)+g'(k)=m+n\sqrt{2}$ 이다. $m\times n$의 값을 구하시오. [4점]



$f(x)=\frac{1}{4}(x-2)^2(x+2)^2$

$\beta(4)=2\sqrt{2}$ $\alpha(4)=-2\sqrt{2}$

$\frac{1}{4}(\beta^2(t)-4)^2=t \longrightarrow \beta'(t)=\dfrac{1}{\{\beta(t)\}^3-4\beta(t)}$

$\frac{1}{4}(\alpha^2(t)-4)^2=t \longrightarrow \alpha'(t)=\dfrac{1}{\{\alpha(t)\}^3-4\alpha(t)}$

$\therefore\ \beta'(4)=\frac{1}{8\sqrt{2}},\ \alpha'(4)=-\frac{1}{8\sqrt{2}}$

$\boxed{g(4)=4\times 4\sqrt{2}=16\sqrt{2}}$

$g'(4)=(\beta(4)-\alpha(4))+4\times(\beta'(4)-\alpha'(4))$

$=4\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{9}{2}\sqrt{2}$

$\therefore\ m+n\sqrt{2}=\frac{41}{2}\sqrt{2}+4$, $\boxed{mn=82}$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(\pi f(x))}{x}=0$
(나) 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 ~~합~~곱은 14이다.

실수 전체 집합에서 정의된 함수 $g(x)=f(\cos x+\frac{1}{2})$의 극솟값이 오직 $g(\pi)$뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$\hookrightarrow f(-\frac{1}{2})$

44

$f(x)$: $f(0)=n$ (n은 정수)

$f'(0)=0$

$x=0$에서 $f(x)$가 극대

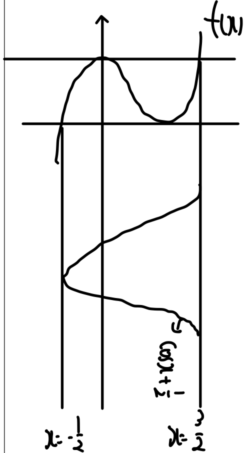
$f(x)=x^2(x-\frac{3}{2})+n$

$f(1)=n-\frac{1}{2}$

$n(n-\frac{1}{2})=14$

$\boxed{n=4}$

$\therefore\ \boxed{f(4)=44}$



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.