

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{24} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\ln(1+5x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

3. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - a & (x < 2) \\ x^2 + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^3 + 1), \quad y = \sin \pi t$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}\pi$ ② $-\frac{2}{3}\pi$ ③ $-\pi$ ④ $-\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $-\frac{5}{3}\pi$

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x(x-2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

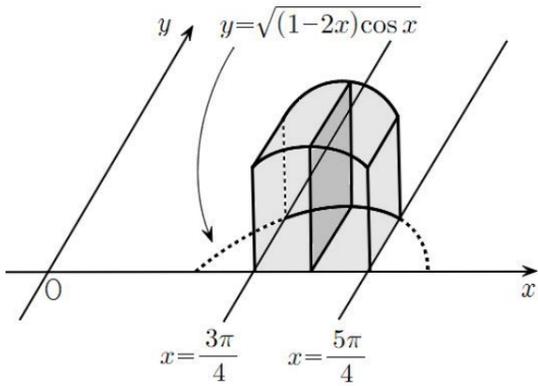
7. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(-\theta) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

8. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{(1-2x)\cos x}$ ($\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$)와

x 축 및 두 직선 $x = \frac{3}{4}\pi$, $x = \frac{5}{4}\pi$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}\pi - 1$ ③ $2\sqrt{2}\pi - \sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}\pi - 1$ ⑤ $2\sqrt{2}\pi$

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 12x + 4$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대이고 $x = \beta$ 에서 극소일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, α 와 β 는 상수이다.) [3점]

- ① -4 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 8

10. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, \quad a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 24 ③ 21 ④ 18 ⑤ 15

11. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한
두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 있다. $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이고,
 $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.
모든 양수 a 에 대하여

$$\int_1^a \frac{1}{g'(f(x))f(x)} dx = 2\ln a + \ln(a+1) - \ln 2$$

이고 $f(1) = 8$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

12. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) - f(x) = 3x^4 - 3x$$

를 만족시킬 때, $\int_{-2}^2 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

13. 실수 t 에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y = \frac{1}{e^x} + e^t$ 에 접하는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 하자. $f(a) = -e\sqrt{e}$ 를 만족시키는 상수 a 에 대하여 $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$ ② $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$ ③ $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$
 ④ $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$ ⑤ $-e\sqrt{e}$

14. 수직선 위의 두 점 $P(\log_5 3)$, $Q(\log_5 12)$ 에 대하여 선분 PQ 를 $m : (1-m)$ 으로 내분하는 점의 좌표가 1일 때, 4^m 의 값은? (단, m 은 $0 < m < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

6

수학 영역

15. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6| = a_8, \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

16. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - 6t + 5, \quad v_2(t) = 2t - 7$$

이다. 시각 t 에서의 두 점 P, Q 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, 함수 $f(t)$ 는 구간 $[0, a]$ 에서 증가하고, 구간 $[a, b]$ 에서 감소하고, 구간 $[b, \infty)$ 에서 증가한다. 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 점 Q가 움직인 거리는? (단, $0 < a < b$) [4점]

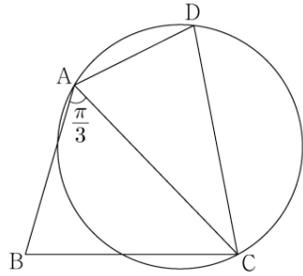
- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{17}{2}$ ③ $\frac{19}{2}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

17. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 3, \overline{BC} = \sqrt{13}, \overline{AD} \times \overline{CD} = 9, \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 ACD의 넓이를 S_2 라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하자.

$S_2 = \frac{5}{6}S_1$ 일 때, $\frac{R}{\sin(\angle ADC)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

18. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 + a_7 = 3$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 139 ② 146 ③ 153 ④ 160 ⑤ 167

19. 함수 $f(x) = \frac{1}{9}x(x-6)(x-9)$ 와 실수 t ($0 < t < 6$)에 대하여

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < t) \\ -(x-t) + f(t) & (x \geq t) \end{cases}$$

이다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{127}{4}$ ③ $\frac{129}{4}$ ④ $\frac{131}{4}$ ⑤ $\frac{133}{4}$

20. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 6x + 1 & (x \leq 2) \\ a(x-2)(x-b) + 9 & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$g(k) + \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) + \lim_{t \rightarrow k^+} g(t) = 9$$

를 만족시키는 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

21. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때 $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.
 모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.
 두 함수 $g(t)$, $h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

단답형

22. 방정식 $3^{x-8} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = (x+1)(x^2+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} (2b_k - 1), \quad \sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k) = 33$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0 < x < 16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x) < \frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 양수 a 에 대하여 $x \geq -1$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x & (-1 \leq x < 6) \\ a \log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$ 인 실수 t 에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 구간 $[0, \infty)$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. $a > \sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + 2x$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $O(0, 0)$ 에서의 접선이
 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고,
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을
 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때,
 $\overline{OA} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에

대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을
 구하시오. [4점]

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = |\sin x| \cos x$$

이다. 양수 a 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{100}{\pi} \times (a_6 - a_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$, $f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.