

2017학년도 6월 홍현빈 모의고사

수학 영역 (나형)

성명	
----	--

수험번호						-			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하십시오.

아무런지 않은 척

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

Bin

제 2 교시

수학 영역(나 형)

5지선다형

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2. $\log_2 a = 4$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 16 ⑤ 32

3. 등차수열 a_n 에 대하여 $a_3 + a_5 = 4$ 일 때, $a_1 + a_7$ 의 값은?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 8x + 3}{4x^2} = 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2

수학 영역(나 형)

5. 크기와 모양이 같은 사탕 5개를 학생 3명에게 나누어줄 때, 모든 학생이 적어도 한 개씩 받도록 하는 경우의 수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 24

6. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 곡선이 점 $(6,6)$ 을 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 3$, $a_3 = 5$ 일 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 이라 하자.

$Q \subset P^c, P \subset R^c$ 일 때, 다음 중 항상 참인 명제는? [3점]

- ① $q \rightarrow r$ ② $\sim r \rightarrow \sim q$ ③ $p \rightarrow q$
 ④ $p \rightarrow \sim q$ ⑤ $p \rightarrow r$

10. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $\frac{a_n}{a_{n+1}}=2, a_1=16$ 을

만족시킨다. $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 31 ③ 63 ④ 127 ⑤ 511

9. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?[3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

11. 서로 다른 펜 7개를 서로 같은 상자 3개에 나누어 넣을 때, 각 상자에 적어도 2개씩 넣는 경우의 수는? [3점]

- ① 105 ② 150 ③ 175 ④ 210 ⑤ 315

12. $2^a \times 4^b = 32$, $\log_2 b = 1$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

[13~14] 좌표평면에 곡선 $f(x) = \sqrt{ax}$ 가 있다. 13번과 14번의 물음에 답하시오.

13. $a=1$ 일 때, 직선 $y=2$ 와 함수 $f(x-4)$ 의 교점을 A라 하자. 직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

14. 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 위의 점 B에서 그은 접선의 기울기가 2이다. 점 B에서 그은 접선이 y축과 만나는 점을 C라 하고 점 B에서 x축과 평행한 직선을 그어 y축과 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 넓이가 16일 때, a의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6

수학 영역(나 형)

15. 1부터 9까지 번호가 하나씩 쓰여 있는 9개의 공이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 차례로 공을 3개 뽑고 공에 적힌 번호를 뽑힌 순서대로 a, b, c 라 할 때, $a \times b, c$ 가 모두 3의 배수가 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{13}{84}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

16. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 와 집합 $P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 집합 P, R, Q 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 집합 P 는 집합 Q 이기 위한 필요조건, 집합 R 이기 위한 충분조건이다.

(나) $R - Q \subset P^c$

집합 Q 의 모든 원소의 합은? [4점]

- ① 12 ② 16 ③ 21
 ④ 25 ⑤ 30

17. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x) = 2x - 1$ 이 $x = 0$ 에서 접할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + g(x) - a}{x} = b \text{ 이다. } a + b \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

18. 첫째항이 -3 이고 공차가 자연수인 등차수열 $\{b_n\}$ 이 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $b_m = 3$ 인 어떤 m 이 존재한다.

(나) $\sum_{n=1}^4 \frac{a}{b_n} = t$ (단, t 는 자연수이다.)

a 의 최솟값은? [4점]

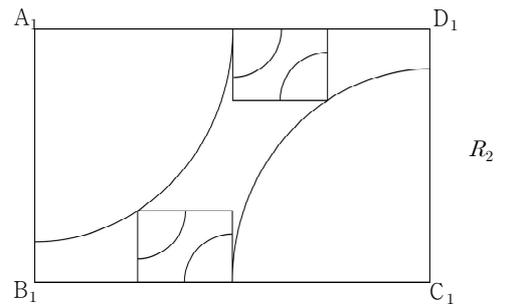
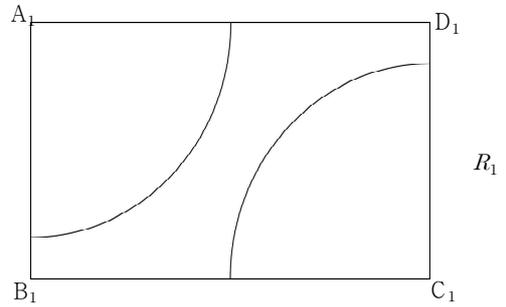
- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 15 ⑤ 45

19. $1 \leq a \leq 3, 1 \leq b \leq 3$ 인 자연수 a, b 와 집합

$X: \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 모든 a, b 에 대하여 $f(a) \times f(b) \leq f(4)$ 를 만족한다. 함수 f 의 개수는?
(단, $a \neq b$ 이다.) [4점]

- ① 10 ② 13 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

20. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 4이고 세로의 길이가 3인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 가 있다. 직사각형 내부에 점 A_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 부채꼴과 점 C_1 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 부채꼴을 그린 도형을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 B_1C_1 의 중점을 꼭짓점으로 하고 가로와 세로의 길이 : 세로의 길이 = 4 : 3인 직사각형이 두 부채꼴과 동시에 접하게 그린다. 마찬가지로 선분 A_1D_1 의 중점을 꼭짓점으로 하고 가로와 세로의 길이 : 세로의 길이 = 4 : 3인 직사각형을 그린다. 두 직사각형에 도형 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 도형 R_2 를 그린다. 이같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 그림 R_n 에 있는 모든 부채꼴의 반지름 길이의 합을 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ 의 값은? [4점]



- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ 6

21. $f(0) = 2, f(2) = 1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 정수 k 에 대하여 함수 $|f(x) - k|$ 가 $x = b$ 에서 미분가능하지 않은 서로 다른 실수 b 의 개수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^n a_k = n$ 을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 최솟값이 a 일 때, $f(3a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{2}$ ② 15 ③ 10 ④ $-\frac{19}{2}$ ⑤ $-\frac{23}{2}$

단답형

22. 함수 $xf(x) = 3x^2 + 4x$ 일 때, $f'(1)$ 을 구하시오. [3점]

23. 3개의 숫자 1, 2, 3를 중복사용하여 3자리 비밀번호를 만들 때, 가능한 경우의 수를 구하시오. [3점]

24. 세포 밖의 물질 A의 농도를 C_1 , 세포 안의 물질 A의 농도를 C_2 라 할 때, 세포 밖에서 세포 안으로 물질 A를 옮기는 데 필요한 에너지 $E(kcal/g)$ 는 다음과 같다.

$$E = 1.4(\log C_2 - \log C_1) \quad (\text{단, } C_2 > C_1)$$

세포 안의 물질 A의 농도가 세포 밖의 물질 A의 농도의 2배일 때, 세포 밖에서 세포 안으로 물질 A를 옮기는데 필요한 에너지를 E_1 , 세포 안의 물질 A의 농도가 세포 밖의 물질 A의 농도의 8배일 때, 세포 밖에서 세포 안으로 물질 A를 옮기는데 필요한 에너지를 E_2 라 하자. $\frac{2E_2}{E_1}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 원점을 중심으로 하고 반지름이 a_n 인 원이 직선

$$y = \frac{3}{4}x - 3n \text{과 한 점에서 만난다. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n} \text{을 구하시오. [3점]}$$

26. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{ka_k}{2n} = n^2$$

가 성립할 때, $3a_3$ 을 구하시오. [4점]

27. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + 8 & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2 + 4x + 7}{x^2} = 6$

(나) 함수 $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하다.

28. 좌표평면에서 두 직선 $y = nx, y = 2n(x - 3)$ 이 만나는 점을

A라 할 때, 최고차항 계수가 1이고 $f(x) = -f(-x)$ 인

삼차함수 $f(x)$ 가 점 A와 원점을 지난다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) - n^3}{n^2}$ 의 값을

구하시오. [4점]

29. 기홍, 현수, 유지 3명의 학생이 2시, 5시, 8시에 각 1편씩 총 3편의 영화를 관람하려한다. 그림과 같이 상영관은 1,2,3관으로 총 3개의 관이 있고 각 상영관에서는 매시간마다 같은 영화만 상영한다. 예를 들어, 2관에선 오직 B 영화만 상영한다. **각 상영관의 정원이 총 2명일 때**, 3명의 학생이 다음 조건에 맞게 3편의 영화를 관람하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 현수는 유지와 함께 영화를 관람 하지 않고, 기홍은 유지와 함께 영화를 관람한다.
 (나) 기홍과 유지는 A, B, C 모든 영화를 관람한다.

상영시간표			
관 시간	1관	2관	3관
2시	A	B	C
5시	A	B	C
8시	A	B	C

30. 두 곡선 $y = \frac{24}{x-12+5k} + 8$, $y = \sqrt{x}$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분에 속하는 서로 다른 모든 점 (a, b) 의 개수를 $f(k)$ 라 할 때, $f(0) + f(1) + f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]