

안녕맨의 손으로 만든 제 5회 2017 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 (2, 3)에서의 접선이 y 축과 만나는 점의 y 좌표는? [2점]

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

3. 정적분 $\int_0^1 2xe^{x^2} dx$ 의 값은?(단, e 는 자연로그의 밑)

[2점]

- ① $e - 1$
 ② e
 ③ $e + 1$
 ④ $e^2 - 1$
 ⑤ e^2

4. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ 의 값은?

(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

[3점]

- ① $\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{2} - 1}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3} - 1}{3}$

5. 자연수 n 에 대하여 구간 $[0, \pi]$ 에서 두 곡선 $y = \frac{1}{n} \sin x$,

$y = \frac{1}{n+1} \sin x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

6. 점 A(1, 2, 3)을 지나고 직선

$l : x-1 = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$ 에 수직인 평면을 α 라 하자.

평면 α 와 직선 $m : x-2 = y = \frac{z-6}{5}$ 의 교점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{19}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{15}$
 ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{11}$

7. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH의 세 모서리 AD, BC, FG 위에

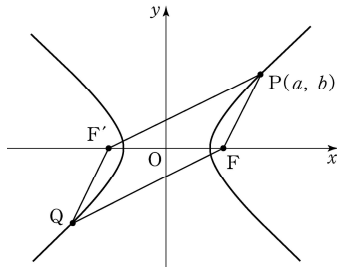
$\overline{DP} = \overline{BQ} = \overline{GR} = 1$ 인 세 점 P, Q, R이 있다. 평면 PQR와 평면 CGHD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{11}}{11}$
 ④ $\frac{2\sqrt{11}}{11}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{11}}{11}$

‘가’형

8. 쌍곡선 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점을 각각 F, F'이라

하고, 꼭지점이 아닌 쌍곡선 위의 한 점 P의 원점에 대한 대칭인 점을 Q라 하자. 사각형 F'QFP의 넓이가 24가 되는 점 P의 좌표를 (a, b)라 할 때, $|a| + |b|$ 의 값은? [3점]



- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

9. 함수 $y = f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$ 인 모든 x 의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x| < 1) \\ -1 & (|x| > 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

—<보 기>—

- ㄱ. 함수 $y = f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극값을 갖는다.
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.
 ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 $f(1) > 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 좌표평면 위에 원점 O를 시점으로 하는 서로 다른 임의의 두 벡터 \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} 가 있다. 두 벡터의 중점 P, Q를 x 축 방향으로 3만큼, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 각각 P', Q'이라 할 때, <보기>에서 항상 옳은

것을 모두 고른것은? [3점]

—<보 기>—

- ㄱ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}| = \sqrt{10}$
 ㄴ. $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'}|$
 ㄷ. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OQ'}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 등산화에 대한 제조 회사별 고객의 선호도를 조사한 표이다.

제조회사	A	B	C	D	계
선호도(%)	20	28	25	27	100

192 명의 고객이 각각 한 켄레씩 등산화를 산다고 할 때, C 회사 제품을 선택할 고객이 42 명 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

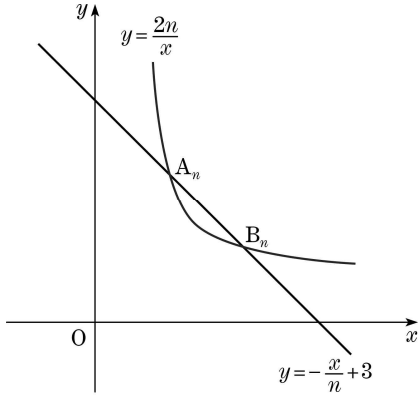
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8256
 ④ 0.8332 ⑤ 0.8413

12. 키가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 세 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 키가 작을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

[13 ~ 14] 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 의 두 교점을 A_n, B_n 이라 할 때, 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13 선분 $A_n B_n$ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (l_{n+1} - l_n)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

14 곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $S_{n+1} - S_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2} - 2\ln 2$ ② $1 - \ln 2$ ③ $\frac{3}{2} - \ln 2$
 ④ $1 + \ln 2$ ⑤ $\frac{3}{2} + 2\ln 2$

15. 평면 위에 삼각형 OAB 가 있다.

$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ ($s \geq 0, t \geq 0$)를 만족하는 점 P 가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은?
[4점]

- ㄱ. $s+t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형은 선분 AB 이다.
 ㄴ. $s+2t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이는 선분 AB 의 길이보다 크다.
 ㄷ. $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P가 그리는 영역은 삼각형 OAB 를 포함한다.

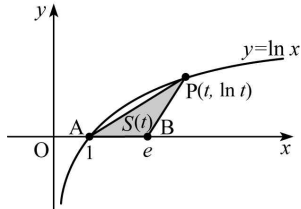
- ① ㄱ
 ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 좌표공간에 두 점 $A(3, 1, 1), B(1, -3, -1)$ 이 있다. 평면 $x-y+z=0$ 위에 있는 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 의 최소값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

‘가’형

17. 곡선 $y = \ln x$ 위를 움직이는 점 $P(t, \ln t)$ 와 두 점 $A(1, 0)$, $B(e, 0)$ 에 대하여 삼각형 PAB 의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S(t)}{t-1}$ 의 값은?(단, e 는 자연로그의 밑) [4점]

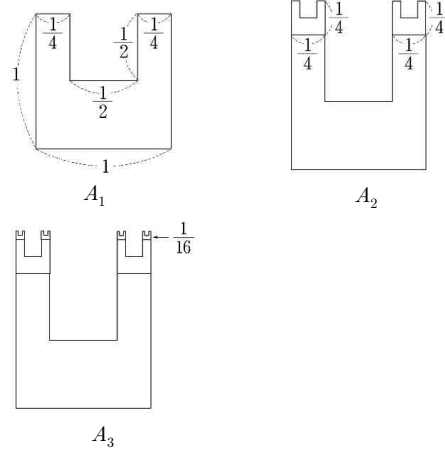


- ① $e-1$
- ② $2(e-1)$
- ③ $\frac{e-1}{2}$
- ④ $\frac{e-1}{2e}$
- ⑤ $\frac{e(e-1)}{2}$

18. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형을 A_1 이라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{8}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 2개를 A_1 의 위쪽 두 변에 각각 붙인 도형을 A_2 라 하자. 한 변의 길이가 $\frac{1}{16}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{32}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 凹 모양의 도형 4개를 A_2 의 위쪽 네 변에 각각 붙인 도형을 A_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 도형을 A_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

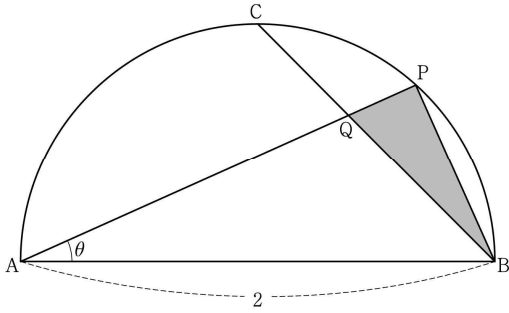
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

19. 그림과 같이 길이 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C를 $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ 가 되도록 잡는다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 AP와 선분 BC가 만나는 점을 Q라 하고, $\angle PAB=\theta$ 라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

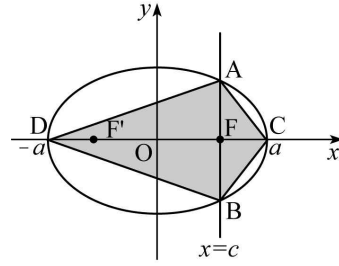
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

20. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 과 직선 $x=c$ 의 교점을 A, B라 하자.

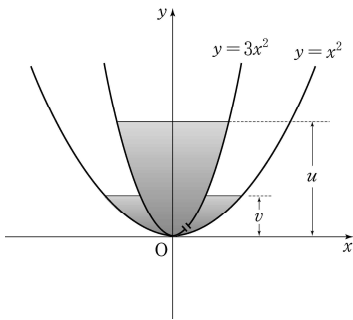
두 점 $C(a, 0)$, $D(-a, 0)$ 에 대하여, 사각형 ADBC의 넓이를 구하시오. (단, a 와 c 는 양수이다.) [4점]



- ① 16
② 20
③ 24
④ 28
⑤ 32

‘가’형

21. 곡선 $y=3x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 A 와 곡선 $y=x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 B 가 있다. 처음에는 물이 A 의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A 의 바깥쪽과 B 의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다. A 의 안쪽 수면의 높이를 u , A 의 바깥쪽 수면의 높이를 v 라 할 때, v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은? [4점]



- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

단답형

22. 두 실수 a, b 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+a-b}}{x-2} = \frac{2}{5}$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 연립부등식

$$\begin{cases} \log_3 |x-3| < 4 \\ \log_2 x + \log_2 (x-2) \geq 3 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$$g(0) = 0 \text{ 이고 } \int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$$

일 때, a^4 의 값을 구하시오. [3점]

26. 중심이 $C(0, 1, 1)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 구와 직선 $\frac{x}{2} = y = -z$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 CAB의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]

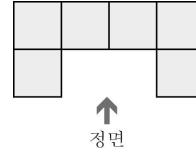
25. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치 x_P, x_Q 는 다음과 같다.

$$x_P = t^2 - at, \quad x_Q = \ln(t^2 - t + 1)$$

두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각 t 의 범위가 $\frac{1}{2} < t < 2$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

27. x 에 대한 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3 - x = k$ 가 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 가진다. 실수 k 에 대하여 $|\alpha| + |\beta| + |\gamma|$ 의 최소값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 크기가 같은 정육면체 모양의 블록 12개를 모두 사용하여 쌓은 입체도형을 만들려고 한다. 이 도형을 위에서 내려다 본 모양이 <그림 1>, 정면을 기준으로 오른쪽 옆에서 본 모양이 <그림 2>와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 블록은 서로 구별하지 않는다.) [4점]



<그림 1>



<그림 2>

29. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	1	2	3	계
$P(X)$	0.5	0.3	0.2	1

이 모집단에서 크기 2인 표본을 복원추출할 때, 표본평균 \bar{X} 의 확률분포표는 다음과 같다.

\bar{X}	1	1.5	2	2.5	3
도수	1	a	b	2	1
$P(\bar{X})$	0.25	c	d	0.12	0.04

이때, $100(b+c)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4 가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2 의 접점을 A라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은? [4점]

