제 2 교시

2017학년도 대학수학능력시험 모의평가 문제지

수학 영역(가형)

성명		수험번호									

○ 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

돌이켜보니 너는 바다였을까, 숨쉬기조차 힘이 들더라

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2016년 8월 13일 시행
Epsilon 모의고사 1회 (가형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

11학번 : 양종현
12학번 : 황성문
13학번 : 김찬호 오인수 이강산
14학번 : 고정민 김민지 이다운 임현우
15학번 : 오민지 유정훈 이상민 최문영 최봉규
16학번 : 김대현 김동균 김민지 송세령 안성준 이준희 이희원

2017학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(가형)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $\theta=\frac{2}{3}\pi$ 일 때, $\tan\theta$의 값은? [2점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

2. 두 벡터 $\vec{a}=(-1, 2\sqrt{3})$, $\vec{b}=(4, -\sqrt{3})$에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|$의 값은? [2점]

① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

3. ${}_4P_2\times{}_4H_2$의 값은? [2점]

① 90 ② 100 ③ 110 ④ 120 ⑤ 130

4. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)^3}{\sin 2x}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

5. 좌표공간에서 두 벡터

$$\vec{\alpha}=(2,\,1,\,-1)\,,\quad \vec{\beta}=(1,\,2k+a,\,bk+5)$$

가 실수 k의 값에 관계없이 서로 수직이 되도록 하는 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은? 〔3점〕

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

6. 지수부등식 $2^{2x+3}-4^{x}\le 7\times 2^{35}$을 만족시키는 자연수 x의 개수는? 〔3점〕

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

7. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $(x,\,y)$가

$$x=te^{t-2}\,,\quad y=3t^{2}-3t+2$$

일 때, $t=2$에서 점 P의 가속도가 $(a,\,b)$이다. $a+b$의 값은? 〔3점〕

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

8. 좌표평면에서 직선 $3x-4y=0$이 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)$의 값은? [3점]

① $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

9. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A^C \cup B^C)=\frac{7}{12}, \quad \mathrm{P}(A^C \cap B)=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A|B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

10. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-5}{x-1}=6$, $g'(5)=8$일 때, 함수 $(g\circ f)(x)$의 $x=1$에서의 미분계수는? [3점]

① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

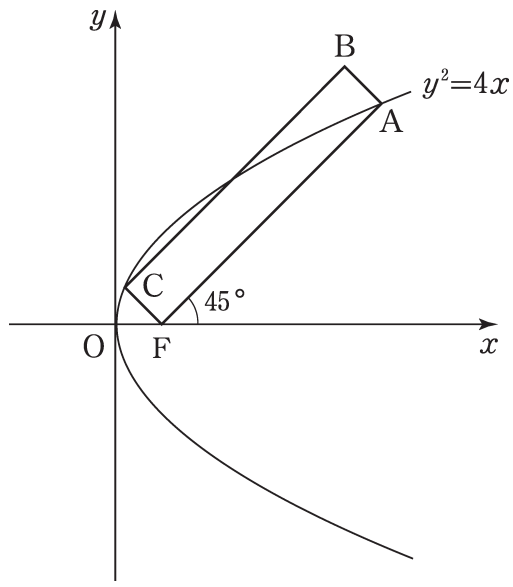
11. 이항분포 $\mathrm{B}(6, p)$를 따르는 확률변수 X가

$$\mathrm{P}(X=1)=\mathrm{P}(X=2)$$

를 만족시킬 때, 상수 p의 값은? (단, $0<p<1$)〔3점〕

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

12. 그림과 같이 좌표평면에서 포물선 $y^2=4x$의 초점 F를 한 꼭짓점으로 하는 직사각형 FABC가 있다. 두 점 A, C가 포물선 위의 점이고 직선 FA가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°일 때, 직사각형 FABC의 넓이는? (단, 점 B는 제 1 사분면 위의 점이다.)〔3점〕



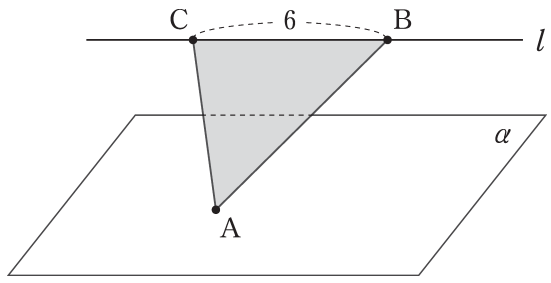
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

13. 크기와 모양이 같은 빨간 꽃병 2개와 파란 꽃병 1개에 빈 꽃병이 없도록 같은 종류의 장미꽃 7송이를 남김없이 꽂는 경우의 수는? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

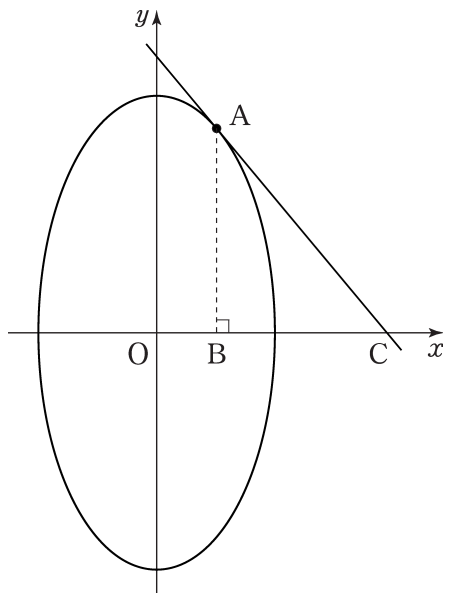
14. 좌표공간에서 평면 $\alpha : 2x+y-2z=0$ 위의 점 A와 직선 $l : \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{3}$ 위의 두 점 B, C에 대하여 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 6인 정삼각형이다. 평면 α와 삼각형 ABC를 포함하는 평면이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

15. 그림과 같이 타원 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ 위에 있고 제 1 사분면에 있는 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B, 점 A에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자. 다음은 두 선분 OB, OC의 길이의 곱 $\overline{\mathrm{OB}}\times\overline{\mathrm{OC}}$의 값이 일정함을 구하는 과정이다.



$0<t<1$인 t에 대하여 제 1 사분면에 있는 점 A의 좌표를 $\mathrm{A}\left(t, 2\sqrt{1-t^2}\right)$라 하면 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 B의 좌표는

$$\mathrm{B}(t, 0)$$

이다.

타원의 방정식 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{4x}{y}$$

이므로

타원 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식은

$$y=\boxed{\text{(가)}}\times(x-t)+2\sqrt{1-t^2} \quad \cdots\cdots(*)$$

이다. 방정식 $(*)$에 $y=0$을 대입하면,

x 절편은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{OB}}\times\overline{\mathrm{OC}}$의 값은

$$t\times\boxed{\text{(나)}}=\boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t)$, $g(t)$라 하고, (다)에 알맞은 값을 a라 할 때, $f\left(\frac{a}{\sqrt{5}}\right)+g\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? (단, O는 원점이다.) 〔4점〕

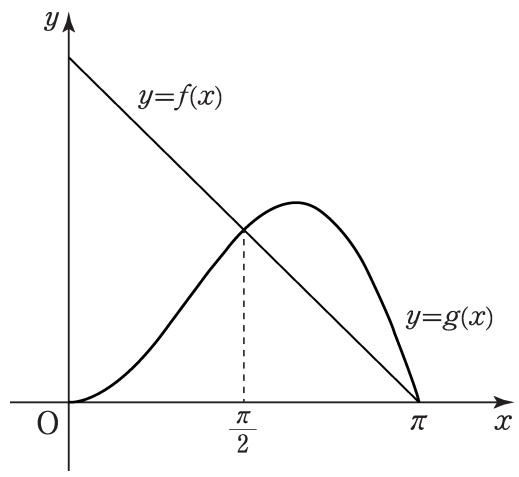
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 어느 국가는 A 모임의 회원국이다. 이 국가가 A 모임 탈퇴에 찬성하는 사람의 비율을 알아보기 위하여 이 국가의 국민 중 n명을 임의추출하여 조사한 결과 320명이 찬성하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 국가의 전체 국민 중 A 모임 탈퇴에 찬성하는 사람의 비율에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $[a, b]$이다. $a+b=1.6$일 때, $b-a$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) 〔4점〕

① 0.0732 ② 0.0784 ③ 0.0816
④ 0.0852 ⑤ 0.0908

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

17. 정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le \pi\}$인 두 함수 $f(x) = -x + \pi$, $g(x) = x\sin x$의 그래프가 그림과 같다.



$0 \le t \le \pi$인 t에 대하여 $\int_0^t \{f(x) - g(x)\}\,dx$의 최댓값은? 〔4점〕

① $\frac{1}{8}\pi^2 - 1$ ② $\frac{1}{8}\pi^2 + 1$ ③ $\frac{1}{4}\pi^2 - 1$
④ $\frac{3}{8}\pi^2 - 1$ ⑤ $\frac{3}{8}\pi^2 + 1$

18. 정규분포 $\mathrm{N}(100, \sigma_1^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 9인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$, 정규분포 $\mathrm{N}(100, \sigma_2^2)$을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본의 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자. 확률변수 $\overline{X}$와 $\overline{Y}$의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 식 $\int_{100}^{x} f(t)\,dt = \int_{200-x}^{100} g(t)\,dt$가 성립한다. $\mathrm{P}(\overline{X} \le 102) = 0.8413$일 때, $\mathrm{P}(\overline{Y} \le 96)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 〔4점〕

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.1587
④ 0.3413 ⑤ 0.4332

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

19. 좌표공간에서 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구 S가 있다. 구 S 위의 세 점 A, B, C에 대하여 삼각형 ABC는 정삼각형이고, 구 S 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OP}$ 를 만족시킬 때, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CP}$의 값은? [4점]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

20. 각각 1번, 2번, 3번, 4번이라 적혀있는 4개의 좌석이 있다. 가희, 나희, 다희, 라희의 키는 각각 155 cm, 160 cm, 165 cm, 170 cm이고, 이 4명에게 4개의 공을 임의로 남김없이 나누어준 후 다음과 같은 규칙에 따라 좌석을 배정한다.

> (가) 가진 공의 개수가 다른 경우, 받은 공이 많을수록 작은 수의 번호가 적힌 좌석에 앉는다.
> (나) 가진 공의 개수가 같을 경우, 키가 작을수록 작은 수의 번호가 적힌 좌석에 앉는다.

예를 들어, 가희와 나희가 받은 공이 각각 1개, 3개라 하면 1번, 2번, 3번, 4번 좌석에 각각 나희, 가희, 다희, 라희가 앉는다. 다희가 2번 좌석에 앉을 확률은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{9}{35}$ ③ $\frac{11}{35}$ ④ $\frac{13}{35}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|x|>1$인 모든 실수 x에 대하여
$f(x)=a\sin(\pi x)+b\cos(\pi x)+c$ (단, a, b, c는 상수)
(나) $0<|h|\le 1$인 모든 실수 h에 대하여 부등식
$0\le \dfrac{f(h)-4}{|h|}\le |\sin h|$가 성립한다.

함수 $f(x)$의 최댓값은 $f(0)$이고 최솟값은 0일 때, $\displaystyle\int_b^c f(x)dx$의 값은? 〔4점〕

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

단답형

22. 함수 $f(x)=(\ln x+2)(x^2+1)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. 〔3점〕

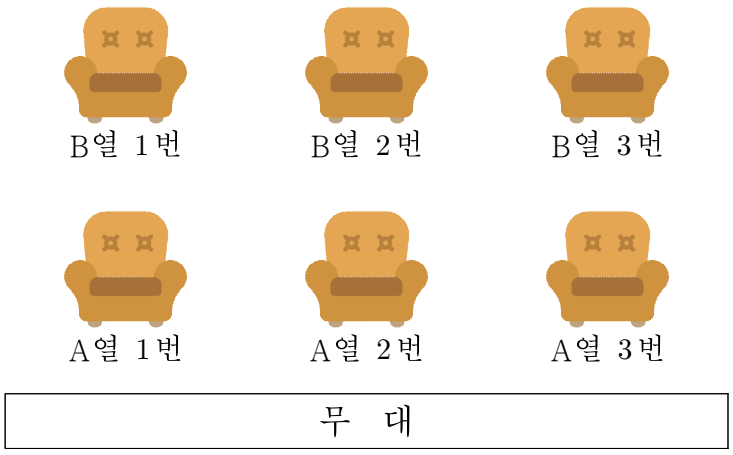
23. 이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X=x)=\frac{x+2}{12}\ (x=1,\ 2,\ 3)$$

일 때, $\mathrm{E}(6X+5)$의 값을 구하시오. 〔3점〕

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

24. 키가 서로 다른 6명의 학생들이 공연을 보려고 한다. 이 6명의 학생들이 각각 아래의 그림과 같은 6개의 좌석 중 한 좌석씩 앉을 때, A열 i $(i=1, 2, 3)$번에 앉은 사람의 키가 B열 i번에 앉은 사람의 키보다 작도록 좌석을 정하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

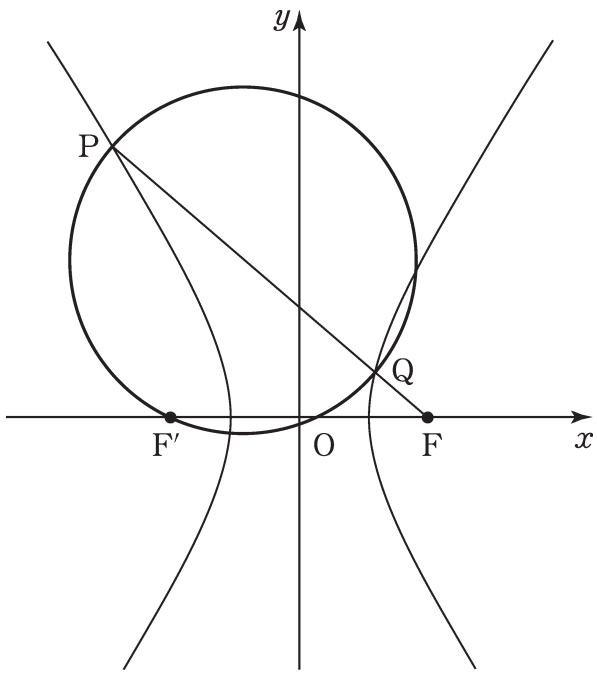


25. 곡선 $e^{2x}+e^{2y}=20$ 위의 점 $(\ln 4, \ln 2)$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b\ln 2$일 때, $b-a$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [3점]

26. 가현, 나현, 다현 세 명의 학생이 햄버거 가게에서 햄버거를 주문하려고 한다. 햄버거 가게는 불고기버거, 새우버거, 치즈버거, 치킨버거 총 4가지의 햄버거를 판매한다. 세 명의 학생은 각각 햄버거를 하나씩만 주문하고, 햄버거 가게는 충분히 많은 햄버거를 판매할 수 있다. 적어도 한 명의 학생이 새우버거를 주문했을 때, 가현이가 주문한 햄버거가 불고기버거일 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, 모든 학생이 각각의 햄버거를 주문할 확률은 같고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

27. 그림과 같이 초점이 F, F′이고, 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O인 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위에 있고 제 2 사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 PF와 쌍곡선이 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. $\overline{PQ}=5$이고, 선분 PQ를 지름으로 하는 원이 점 F′을 지날 때, 삼각형 PQF′의 둘레의 길이는?
(단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) 〔4점〕



28. 함수

$$f(x)=\begin{cases} e^{x^2} & \left(x \geq \frac{1}{2}\right) \\ 2xe^{x^2} & \left(x < \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

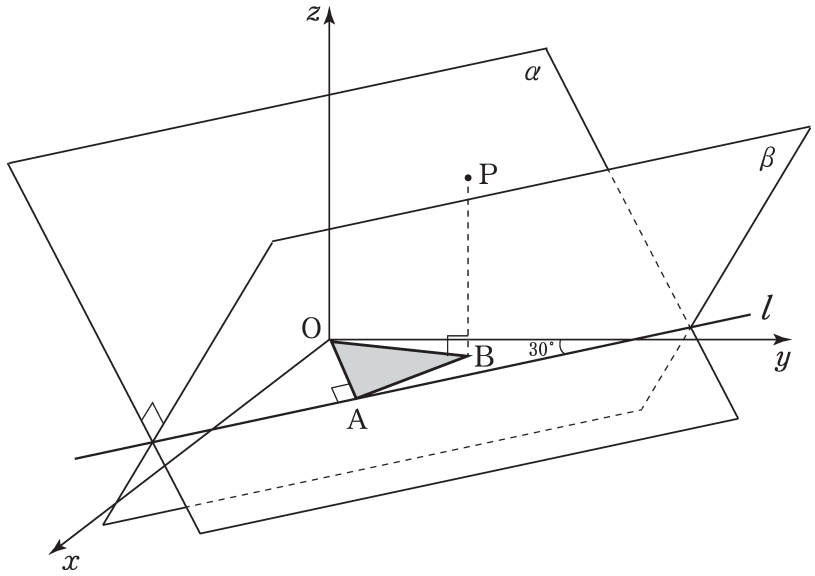
에 대하여 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(\sqrt{2x})\,dx + \int_0^{\frac{1}{2}} (x-2x^2)e^{x^2}\,dx = ae+b$이다.
$10(a-b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) 〔4점〕

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.

29. 좌표공간의 점 $\mathrm{P}(\sqrt{3}, 5, 4)$를 지나는 평면 α에 대하여 평면 β는 평면 α와 수직이다. 두 평면 α, β의 교선 l이 xy평면 위에 있을 때, 직선 l은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 l과 y축이 이루는 예각의 크기는 30°이다.
(나) 직선 l의 x절편과 y절편은 모두 양수이다.

점 O에서 직선 l에 내린 수선의 발을 A, 점 P에서 xy평면에 내린 수선의 발을 B라 하자. 삼각형 OAB의 평면 β 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) 〔4점〕



30. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=e^{a(x-b)^2+c}$$

이라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=-\int_b^x \frac{f(x)\times f'(t)}{\{f(t)\}^2}\,dt$이다.
(나) 좌표평면에서 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$는 점 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$에서 만난다.

$g'(0)<0$이고, $\int_0^b f(x)\,dx+\int_b^8 g(x)\,dx=b$일 때, $a+b+c$의 값은 $p+q\ln 2$이다. $16(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) 〔4점〕

이 문제지에 관한 저작권은 Epsilon에 있습니다.