

제 2 교시

2017학년도 리듬농구 9월 모의평가 문제지

수학 영역 (가형)

홀수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

양심이 있습니까? 독창적인 내용이라니

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

5지선다형

1. 벡터 $\vec{a} = (-5, 12)$ 에 대하여 $3|\vec{a}|$ 의 값은? [2점]

- ① 13 ② 26 ③ 39 ④ 52 ⑤ 65

2. 7C_3 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 좌표공간에서 직선 $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ 에 수직인 평면의 법선벡터가

$(2, a, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 3)$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

6. 서로 배반인 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(B)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

7. 주사위를 10번 던졌을 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

8. 함수 $f(x) = \frac{1}{\ln 2} 2^{x^2}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의

점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 64 ② 32 ③ 16 ④ 8 ⑤ 4

9. 좌표평면에서 두 점 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 에 대하여 점 P 가

$\overline{FP} + \overline{F'P} = 10$ 을 만족시킬 때, 삼각형 $F'FP$ 의 넓이의 최댓값은?

[3점]

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{2-x}{3} = \frac{y}{4}, \quad \frac{x+1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

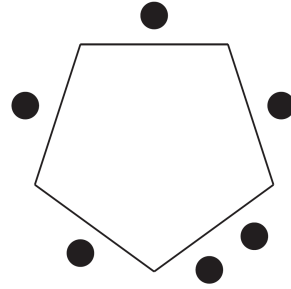
$$\int_0^{2x} f(t) dt = e^x \sin x + a$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

12. 그림과 같이 정오각형 탁자에 6개의 의자가 마련되어 있다.

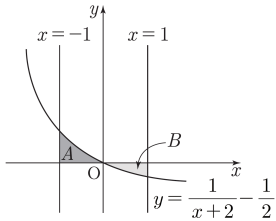
할머니, 아버지, 어머니, 나, 여동생, 남동생으로 이루어진 가족이 이 탁자에 앉으려고 할 때, 아버지, 어머니가 붙어있는 두 개의 의자에 함께 앉지 않게 되는 경우의 수는? (단, 탁자와 각각의 의자는 회전하지 않는다.) [3점]



- ① 632 ② 642 ③ 652 ④ 662 ⑤ 672

13. 곡선 $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}$, 직선 $x = -1$ 및 x 축으로 둘러싸인

부분의 넓이를 A , 곡선 $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}$, 직선 $x = 1$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은? [3점]



- ① $\ln 2$ ② $\ln 3 - 1$ ③ $\ln 4 - 1$ ④ $\ln 5 - 1$ ⑤ $\ln 6 - 1$

14. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점들 중 3개를 임의로 뽑아 만든 삼각형이 직각삼각형일 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{22}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $\frac{5}{22}$ ④ $\frac{3}{11}$ ⑤ $\frac{7}{22}$

15. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=e^x$ 와 직선 $y=-x+t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, 다음은 $\int_1^{e+1} f(t)dt$ 의 값을 구하는 과정이다.

곡선 $y=e^x$ 와 직선 $y=-x+t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $a=f(t)$ 라 하면,
 $e^a+a=t$
 이다. 한편, $g(x)=e^x+x$ 라 하면
 $g'(x)=\boxed{\text{(가)}}>0$
 이므로 함수 $g(x)$ 는 증가함수이고 일대일대응이다.
 따라서 $t=1$ 일 때 $a=0$, $t=e+1$ 일 때 $a=1$ 이고
 또, $g(a)=t$ 이므로 $g^{-1}(t)=a=f(t)$ 이다.
 즉, 함수 $f(t)$ 의 역함수는 $g(t)$ 임을 알 수 있다.

$$\int_1^{e+1} f(t)dt$$

 에서 $f(t)=a$ 로 치환하면, $g(a)=t$ 이므로 양 변을 t 에
 관하여 미분해주면

$$g'(a)\frac{da}{dt}=1$$

 이다. 그러므로

$$\int_1^{e+1} f(t)dt = \int_0^1 ag'(a)da$$

$$= \boxed{\text{(나)}}$$

 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(x)$, (나)에 알맞은 수를 m 이라 할 때, $m \times h(\ln 3)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

16. 확률변수 X 가 정규분포 $N(60, b)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq a+16) = 1 - P(X \leq a) = P(Z \geq -2)$$

이다. $a+b$ 의 값은? (단, Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

- ① 68 ② 72 ③ 76 ④ 80 ⑤ 84

17. 실수 t 에 대하여 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 과 원 $x^2 + (y-t)^2 = 1$ 에 동시에 접하는 접선의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(0) = 4$
- ㄴ. $\lim_{t \rightarrow a^-} f(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$ 인 어떤 실수 a 가 존재한다.
- ㄷ. 함수 $f(t)$ 의 불연속점의 개수는 2이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

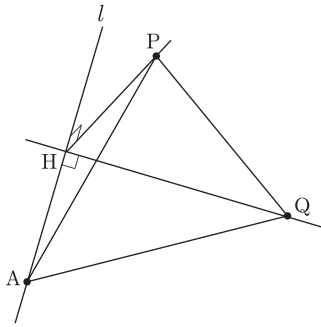
18. 철수와 영희가 다음과 같이 게임을 한다.

- (가) “참!”을 외치는 순간 철수의 손의 방향이 영희의 고개의 방향과 일치하면 철수 1승, 영희 1패, 일치하지 않으면 철수 1패, 영희 1승을 얻는다.
- (나) 손의 방향과 고개의 방향은 오른쪽, 왼쪽 두 개뿐이고, 공격수와 수비수는 각각 임의로 방향을 정한다.

총 5번 “참!”을 외치는 동안 철수가 영희보다 많이 이겼을 때, 철수가 1패를 했을 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{32}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{5}{16}$
- ④ $\frac{3}{8}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 그림과 같이 직선 l 위의 점 H 에 대하여 두 직선 PH, QH 가 이루는 예각의 크기는 60° 이다. 직선 l 위의 점 A 가 $\overline{AH}=2, \overline{AP}=2\sqrt{2}$ 를 만족시키고, 두 평면 PHA, PAQ 가 서로 수직일 때, \overline{PQ}^2 의 값은? [4점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} \times \left| \frac{f(x)}{x} \right| \right) = f(2)$$

를 만족시킬 때, $\int_3^4 \frac{x-1}{f(x)} dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 3 - \ln 2$ ② $2\ln 2 - \ln 3$ ③ $\ln 3$
 ④ $2\ln 3 - \ln 2$ ⑤ $\ln 2$

21. 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 곡선을 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

일 때, $t=0$ 에서 $t = \frac{\pi}{2}$ 까지의 곡선의 길이가 $\frac{7}{3}$ 이 되도록 하는 모든 실수 a 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{20}{3}$

단답형

22. 방정식 $\log_2 x + \log_2(x-8) = 7$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [3점]

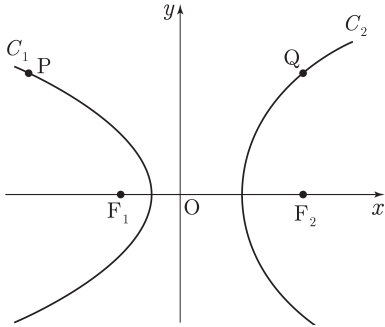
23. 곡선 $x^3 + y^5 = 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $-\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = 5\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 8$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

25. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c = 10$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 어느 나라에서 I종교를 싫어하는 국민들의 비율을 알아보기 위하여 이 나라의 국민 중 400 명을 임의추출하여 조사한 결과 n 명이 I종교를 싫어한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 나라 국민 전체의 I종교를 싫어하는 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{9}{10} - c, \frac{9}{10} + c\right]$ 일 때, $n - 10^4c$ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(Z \geq 1.96) = 0.025$ 이다.) [4점]

27. 두 포물선 $C_1 : y^2 = -4(x+1)$, $C_2 : y^2 = 8(x-2)$ 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 하고, 두 포물선 C_1, C_2 위의 임의의 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 점 P, Q 의 y 좌표가 같고, $\angle PQF_2 = 90^\circ$ 일 때, $\overrightarrow{F_2O} \cdot \overrightarrow{F_1P}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



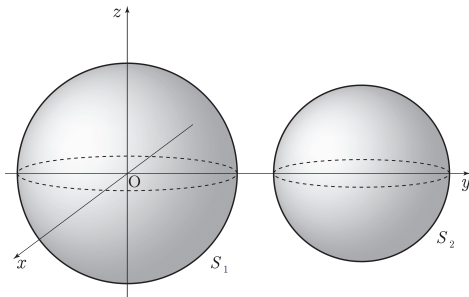
28. 자연수 전체 집합의 한 부분집합 X 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 Y 의 원소의 개수의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 원소의 개수는 8이다.
- (나) $Y = \{a+b+c+d \mid a \in X, b \in X, c \in X, d \in X\}$

29. 좌표공간에서 두 구 $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 25$,
 $S_2 : x^2 + (y-10)^2 + z^2 = 16$ 와 평면 α 는 다음 조건을
 만족시킨다.

- (가) 평면 α 와 구 S_1 이 만나서 생기는 원 C 의 넓이는 9π 이다.
- (나) 평면 α 와 구 S_2 는 접한다.

원 C 를 평면 $10x - 5y = 2\sqrt{11}z$ 위로 정사영한 넓이의 최댓값이 $S\pi$ 일 때, $65S$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 실수 t 와 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x) = e^{-x}f(x)$ 일 때,
 방정식 $g(x) = g(t)$ 를 만족시키는 x 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.
 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = h(q) - 2$
- (나) $\{a \mid h(t) \text{는 } t = a \text{에서 불연속이다.}\} = \{p, 0, q\}$

$\frac{f(3q)}{f(q)}$ 의 값을 구하시오. (단, $p < 0, q > 0$) [4점]

2017학년도 리듬농구 9월 모의평가

발행일 : 2016년 8월 21일

펴낸이 : 최지욱(리듬농구)

외부 편집 : 진겸

인쇄 : 여러분 집 프린터

시험 시행일 : 2016년 8월 21일 (bombscore.com, oq.atom.ac, pnmath.co.kr, orbi.kr)

지은이 : 최지욱(리듬농구)

검토위원(포만한 수학연구소 닉네임)

수학 가형 : 초성민 님, 까치 님, 과고가고싶당 님, 우핫 님, ZARD 님,
꼬부기먹는포카칩 님, 레인저스 님, 레드큐라소 님, mashnut 님
수학 나형 :

무료 해설강의 :

본 모의평가에 대한 저작권은 포만한 수학연구소 및 오르비 리듬농구에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.