

안녕맨의 손으로 만든 제 11회 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\sqrt[3]{8} \div 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x^2+x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 정적분 $\int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 곡선 $y = \sqrt{1-x}$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형을 y 축의 돌레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는? [3점]

- ① $\frac{1}{3}\pi$ ② $\frac{2}{5}\pi$ ③ $\frac{7}{15}\pi$ ④ $\frac{8}{15}\pi$ ⑤ $\frac{3}{5}\pi$

5. 좌표공간에서 평면 $x-2z-7=0$ 과 평면 $y-3z-14=0$ 의 교선을 l 이라 하자. 원점에서 직선 l 에 내린 수선의 발의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

7. $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin 2x$ 의 역함수를

$g(x)$ 라 할 때, $g'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

6. $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

① 1 ② 6 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

‘가’형

8. A 조사 기관에서는 어느 교양 프로그램에 대한 시청률을 전국 의 학생을 대상으로 조사하기로 하였다.

전국의 학생 중에서 400 명을 임의추출하여 그 교양 프로그램을 시청한 학생 수를 조사하였더니 80 명이였다. 이 교양 프로그램 에 대한 시청률을 신뢰도 95% 로 추정한 신뢰구간의 길이는? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$ 이다.)

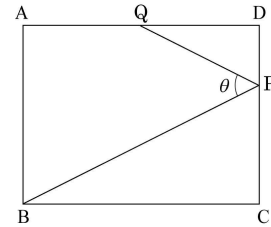
[3점]

- ① 0.02 ② 0.04 ③ 0.06 ④ 0.08 ⑤ 0.1

9. 한 걸음에 한 계단 또는 두 계단만 오르기로 할 때, 9칸의 계 단을 오르는 방법의 수는? [3점]

- ① 20 ② 26 ③ 34 ④ 42 ⑤ 55

10. 그림과 같이 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 4$ 인 직사각형 ABCD 에서 선분 CD 를 2:1 로 내분하는 점을 P, 선분 AD 의 중점을 Q 라 하자. $\angle BPQ = \theta$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{9}{25}$ ② $-\frac{7}{25}$ ③ $-\frac{4}{25}$
④ $-\frac{1}{25}$ ⑤ 0

11. 소리의 세기가 $I(\text{W/m}^2)$ 인 음원으로부터 $r(\text{m})$ 만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기 P (데시벨)은

$$P = 10 \left(12 + \log \frac{I}{r^2} \right)$$

이다. 어떤 음원으로부터 1m만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기가 80(데시벨)일 때, 같은 음원으로부터 10m만큼 떨어진 지점에서 측정된 소리의 상대적 세기가 a (데시벨)이다. a 의 값은? [3점]

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

12. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \{1 + f(2x)\}}{x} = 10$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $f(0) = -2$
 (나) $f(-x) = f(x)$
 (다) $f(f'(x)) = f'(f(x))$

함수 $F(x) = \int f(x)dx$ 가 감소하는 구간의 길이는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

14. 3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을 A , 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을 B 라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

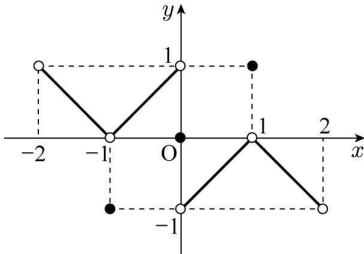
$$\neg, P(A) = \frac{1}{2}$$

$$\neg, P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

ㄷ. 사건 A 와 사건 B 는 서로 독립이다.

- ① \neg ② \neg ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

15. 개구간 $(-2, 2)$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



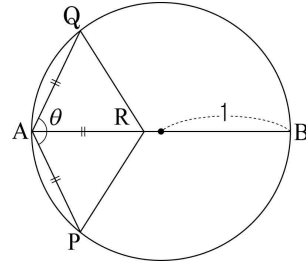
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -1$

ㄴ. 함수 $(f \circ f)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. $-2 < a < 2$ 인 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)f(-x)$ 의 값이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위에 한 점 A가 있다. $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{AR}$ 이 되는 원 위의 두 점 P, Q, 지름 AB 위의 점을 R라 하자. $\angle PAQ = \theta$ 에 대하여 사각형 APRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\tan \theta}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{d}{dx} \int_{-\frac{\pi}{2}}^x \cos t \cdot f(t) dt$$

라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $g(0) = 0$

ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 이다.

ㄷ. $g'(c) = 0$ 인 실수 c 가 개구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 적어도 두 개 존재한다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 1이 적혀 있는 구슬이 1개, 2가 적혀 있는 구슬이 3개, 3이 적혀 있는 구슬이 5개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 구슬 두 개를 동시에 꺼낼 때, 두 개의 구슬에 적혀 있는 수의 곱을 X 라 하자. 확률변수 X 의 기댓값 $E(X)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{61}{12}$

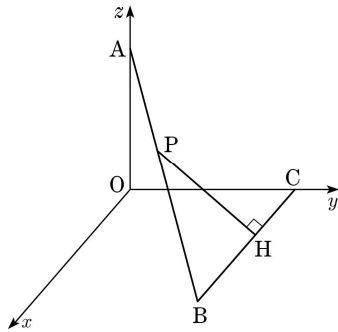
② $\frac{65}{12}$

③ $\frac{71}{12}$

④ $\frac{73}{12}$

⑤ $\frac{77}{12}$

19. 그림과 같이 좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 3)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH}=3$ 이다. 삼각형 PBH의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$ ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

20. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

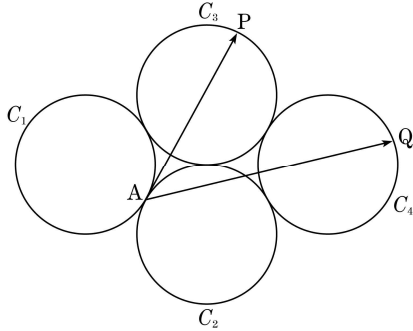
(가) $f(2) = 1$

(나) $\int_0^2 f(x)dx = \frac{1}{4}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{2k}{n}\right) - f\left(\frac{2k-2}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

21. 그림과 같이 평면 위에 반지름의 길이가 1인 네 개의 원 C_1, C_2, C_3, C_4 가 서로 외접하고 있고, 두 원 C_1, C_2 의 접점을 A라 하자. 원 C_3 위를 움직이는 점 P와 원 C_4 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값은? [4점]



- ① $4\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ② 6 ③ $3\sqrt{3} + 1$
 ④ $3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ⑤ 7

단답형

22. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{7}\right)$ 을 따르고, X 의 평균이 3일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 정팔각형의 꼭짓점 중 임의의 세 점을 택하여 만든 삼각형이 직각삼각형일 때, 그 삼각형이 이등변삼각형일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. 이때, $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	a	$2a$	$3a$	$4a$	1

확률변수 $4X+7$ 의 평균 $E(4X+7)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

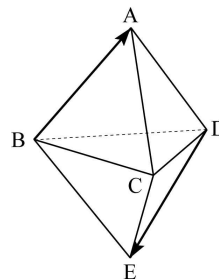
25. 다항함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = \begin{cases} [x] & (-1 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < -1, x > 1) \end{cases}$ 이 다음 조건을 만족시킨다. $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + x - 1} = 2$

(나) 모든 실수 x 에서 함수 $f(x)g(x)$ 는 연속이다.

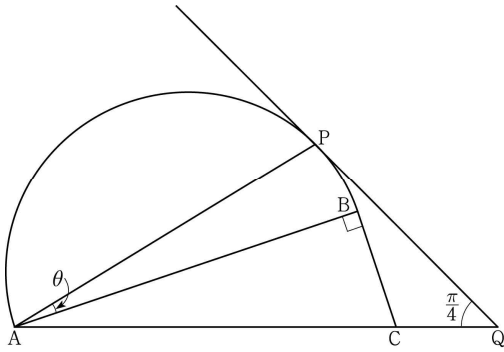
26. 그림은 한 모서리의 길이가 6인 두 정사면체 $ABCD$ 와 $BCDE$ 에 대하여 면 BCD 를 일치시킨 도형을 나타낸 것이다. 두 벡터 \overrightarrow{BA} 와 \overrightarrow{DE} 에 대하여 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}|^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]



27. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$ 이고 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위의 점 P 에서의 접선과 AC 의 연장선이 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle PQA = \frac{\pi}{4}$ 이고 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $60 \tan 2\theta$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)

[4점]



28. 중심이 C 이고 반지름의 길이가 3 인 구와 구 위의 한 점 A 가 있다. 구 밖의 한 점 B 를 $\overline{AB}=6$ 이고 $\overline{CB}=5$ 가 되도록 잡는다. 점 P 가 이 구 위를 움직일 때, 두 벡터 \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{BP} 의 내적 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

29. 한 변의 길이가 $12\sqrt{3}$ 인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $3\sqrt{3}$ 씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가 $24\sqrt{3}$ 이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 시간(초)에 대한 변화율이 $a\pi$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 내부의 점 P, Q는 $|\overline{PA}-\overline{PC}|=2\sqrt{2}$, $|\overline{QB}-\overline{QD}|=2\sqrt{2}$ 를 만족하며 움직인다. 점 P, Q가 나타내는 곡선과 정사각형으로 둘러싸인 어두운 부분을 직선 BD를 회전축으로 하여 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피가 $\frac{a+b\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다. 이때, $a-b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]

