

제 2 교시

2017학년도 대학수학능력시험 모의평가 문제지

수학 영역(나형)

성명		수험번호																	
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

어느 집 담장을 넘어 달겨드는 이것은, 치명적인 냄새

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2016년 10월 15일 시행 Epsilon 모의고사 2회 (나형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학기초연구학회 Epsilon

11학번 : 양종현

12학번 : 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 이강산

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 오민지 유정훈 이상민 최문영 최봉규

16학번 : 김대현 김동균 김민지 송세령 안성준 이준희 이희원

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $5 \times 16^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - n}{n^2 + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B(48, \frac{1}{4})$ 을 따를 때, $\sigma(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. $\log_2 3 \times \log_3 10 + \log_2 \frac{2}{5}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

5. 정수 x 에 대한 조건

$$p : |x-2| < 3$$

에 대하여 조건 p 의 진리집합의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

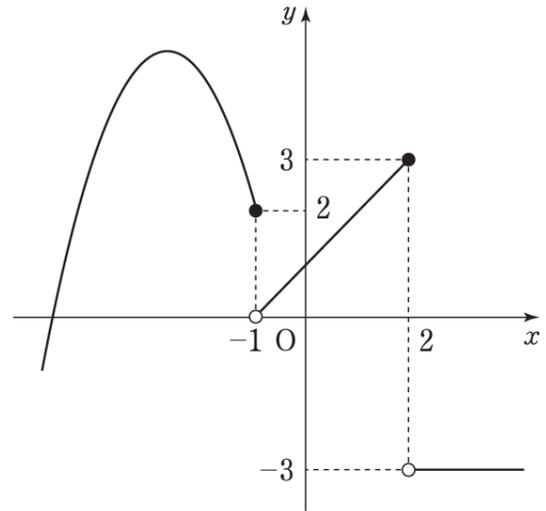
6. 모든 항이 양수이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 a_4 = 64$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

8. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A)=2P(B), \quad P(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

9. $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수는? [3점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

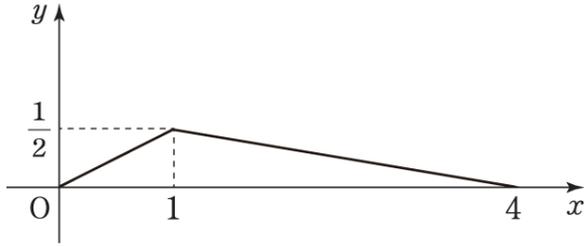
10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 30, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 5$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - 2)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

11. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



확률 $P(2 \leq X \leq 4)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

12. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + ax + 3b} = 6$ 일 때,

$b - a$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 어느 인형공장에서 생산되는 곰인형의 무게는 평균이 80 g, 표준편차가 0.5 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산되는 곰인형 중 임의로 1 개를 선택할 때, 이 곰인형의 무게가 79 g 미만이거나 81 g 초과일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0456 ② 0.1336 ③ 0.3174
 ④ 0.3830 ⑤ 0.5228

14. 영화감상 동아리의 전체 학생을 대상으로 A영화와 B영화의 시청 여부를 조사한 결과 B영화만 시청한 학생은 50 명이고, 모든 학생이 두 영화 중 적어도 하나는 시청하였다고 한다. 이 동아리의 A영화를 시청한 학생 중 임의로 1 명을 선택할 때, 이 학생이 B영화를 시청한 학생일 확률은 $\frac{3}{8}$ 이고, 이 동아리의 전체 학생 중 임의로 1 명을 선택할 때, 이 학생이 A영화와 B영화를 모두 시청한 학생일 확률은 $\frac{3}{10}$ 이다. 이 동아리의 전체 학생의 수는? (단, 적어도 한 명의 학생은 A 영화를 시청했다.) [4점]

- ① 150 ② 175 ③ 200 ④ 225 ⑤ 250

15. 주머니에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 12개의 공이 들어있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 2번 반복할 때, 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b 라 하자.
다음은 $ab=12$ 일 때, 이차함수 $f(x)=x^2-7x+6$ 에 대하여 $f(a)=f(b)$ 가 성립할 확률을 구하는 과정이다.

첫 번째, 두 번째 꺼낸 공에 적혀있는 수를 각각 a, b 라 할 때, $ab=12$ 이 되는 사건을 A 라 하고, $f(a)=f(b)$ 가 되는 사건을 B 라 하자.
 $ab=12$ 을 만족시키는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (12, 1)$

이므로

$$P(A) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 이차함수 $f(x)=x^2-7x+6$ 에 대하여

$$f(a)=f(b) \text{ 이면 } a=b \text{ 또는 } a+b=7$$

이므로

$$P(A \cap B) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로 구하는 확률 $P(B|A)$ 는

$$P(B|A) = \boxed{\text{(다)}}$$

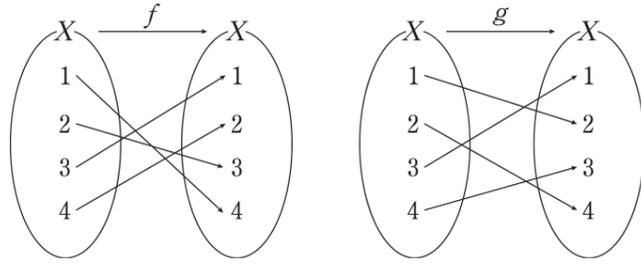
이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 m, n, k 라 할 때,

$$\frac{k}{m+3n} \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

16. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow X, g: X \rightarrow X$ 는 그림과 같다.



함수 $h: X \rightarrow X$ 가 $(f \circ h)(x) = (h \circ g)(x)$ 를 만족시키고 $h(1)=2$ 일 때, $h(2)+h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} \sqrt{n} & (\sqrt{n} \text{이 유리수인 경우}) \\ n & (\sqrt{n} \text{이 무리수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

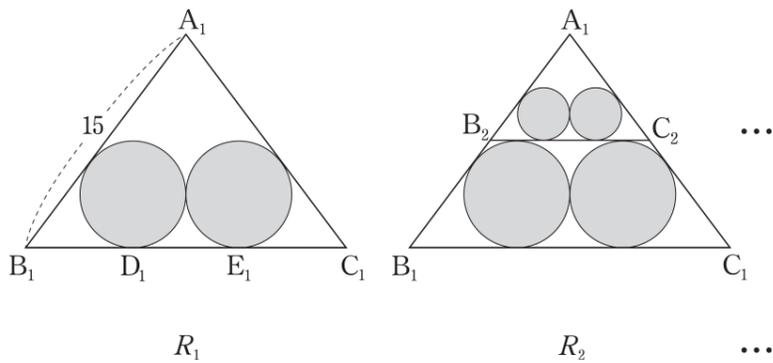
18. 두 함수

$$f(x) = k(x^2 - 4), \quad g(x) = x - 2$$

에 대하여 함수 $h(x) = |f(x)| - |g(x)|$ 가 $x = a$ 에서만 미분가능하지 않을 때, $k \times a^2$ 의 값은? (단, k 는 양의 상수이다.) [4점]

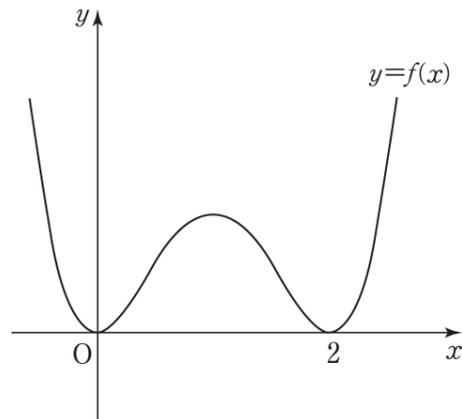
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = \overline{A_1C_1} = 15$ 인 이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 에서 선분 B_1C_1 의 3등분점을 점 B_1 에서 가까운 순서대로 각각 D_1, E_1 이라 하자. 선분 A_1B_1 에 접하고 점 D_1 에서 선분 B_1C_1 과 접하는 원 O_1 과 선분 A_1C_1 에 접하고 점 E_1 에서 선분 B_1C_1 과 접하는 원 O_2 가 서로 외접하도록 그리고, 두 원 O_1, O_2 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 B_1C_1 과 평행하고 두 원 O_1, O_2 에 접하는 직선이 두 선분 A_1B_1, A_1C_1 과 만나는 점을 각각 B_2, C_2 라 하자. 이등변삼각형 $A_1B_2C_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 원 O_3, O_4 을 그리고, 두 원 O_3, O_4 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① 15π ② 18π ③ 21π ④ 24π ⑤ 27π

20. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = x^2(x-2)^2$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라고 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기>
- ㄱ. $g(1) = 1$
 - ㄴ. 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
 - ㄷ. 함수 $|f(x) - g(x)|$ 의 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x \leq 1$ 일 때,
 $f(x) = ax^3 - 3ax$ 이다. (단, $a \neq 0$)
 (나) 모든 실수 x 에 대하여
 $f'(x)\{f(x)-1\}\{f(x)+1\} \geq 0$ 이다.

$\int_{-2}^2 |f(x)| dx$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

단답형

22. ${}_7C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_1^2 (4x^3 - 8x + 7) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = -3x + k$ 에 대하여 $f^{-1}(5) = 3$ 이다. 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 방정식 $(x+y+z)^2 + w = 10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 남학생 4명과 여학생 3명으로 이루어진 엡실론 회원 중에서 임의로 2명을 뽑을 때, 뽑힌 학생 중에서 남학생의 수를 확률변수 X 라 하자. $E(7X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 짝수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여

$$n(A \cap X) = 3, \quad B \cap X = B$$

를 만족시키는 U 의 모든 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

[4점]

28. 실수 a 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n^4} \sum_{k=1}^n (2n + ak)^3$$

의 최솟값은 m 이다. m^2 의 값을 구하시오. [4점]

29. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
 (나) $f(1) = f(1-p)$, $f(3) = f(3-p)$

$\int_{-1}^3 f(x) dx - \int_1^3 f(x-p) dx = 8$ 일 때, $p \times f(2)$ 의 값을 구하시오. (단, p 는 0이 아닌 상수이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 2 이상의 두 자연수 k, n 에 대하여 두 곡선

$$y = \frac{n}{x}, y = -\frac{n}{x} + 2n$$

과 직선 $x = k$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수가 20 이상이 되도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 $f(n)$ 이라

하자. 예를 들어 $f(2) = 8$ 이다. $\sum_{n=2}^{50} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]